

# **Schulinternes Curriculum Mathematik zum Kernlehrplan für die gym- nasiale Oberstufe**

## **Jahrgangsstufe Q1/Q2 (Qualifikationsphase – Klasse 11/12)**

### Inhaltsverzeichnis

1. Rahmenbedingungen der fachlichen Arbeit .....	2
2. Entscheidungen zum Unterricht .....	3
2.1 Unterrichtsvorhaben .....	3
2.1.1 Übersicht über die Unterrichtsvorhaben .....	4
2.1.2 Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben (Konkretisierung).....	7
Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS.....	7
Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS.....	9
Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS.....	11
Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS.....	14
2.1.2 Konkretisierte Unterrichtsvorhaben .....	16
Q-Phase Grundkurs Funktionen und Analysis (A).....	16
Q-Phase Grundkurs Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) .....	26
Q-Phase Grundkurs Stochastik (S).....	33

Q-Phase Leistungskurs Funktionen und Analysis (A) .....	38
Q-Phase Leistungskurs Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) .....	49
Q-Phase Leistungskurs Stochastik (S).....	60
2.2. Grundsätze der fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit.....	68
2.3 Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung.....	69
I Grundlagen .....	69
II Beurteilungsbereich „Klassenarbeiten und Klausuren“ .....	70
III Die Facharbeit als Ersatz einer Klausur .....	71
IV Beurteilungsbereich „sonstige Mitarbeit“.....	75
V Orientierungshilfe für die Bewertung mündlicher Beiträge zum Unterrichtsgespräch.....	80
2.4 Lehr- und Lernmittel .....	82
3. Entscheidungen zu fach- und unterrichtsübergreifenden Fragen.....	82
4. Qualitätssicherung und Evaluation.....	83

## **1. Rahmenbedingungen der fachlichen Arbeit**

Das Gutenberg-Gymnasium liegt in Bergheim im Rhein-Erft-Kreis.

Dort werden ca. 850 Schülerinnen und Schüler von ca. 70 Lehrerinnen und Lehrern unterrichtet. Die Schülerinnen und Schüler kommen aus der Stadt Bergheim, viele auch aus umliegenden kleineren Gemeinden im Kreis Bergheim.

Die Unterrichtsstunden dauern 45 Minuten, wobei ein hoher Prozentsatz des erteilten Unterrichts im Doppelstundensystem erteilt wird. Die Schule verfügt über gut eingerichtete Fachräume, so wurde z.B. die IT-Ausstattung in 2014 komplett aktualisiert. Alle Unterrichtsräume sind barrierefrei erreichbar.

Die Nähe zu Köln ermöglicht Kooperationsmöglichkeiten mit verschiedenen Einrichtungen, wie z. B. der Universität und kulturellen Institutionen. In der Sekundarstufe I ist die Schule meist vierzünftig, in der gymnasialen Oberstufe besuchen durchschnittlich 100 Teilnehmerinnen und Teilnehmer je einen Jahrgang.

In der Oberstufe kooperiert das Gutenberg-Gymnasium mit dem Bergheimer Erftgymnasium und dem Bedburger Silverberg-Gymnasium. Dies ermöglicht die Einrichtung einer hohen Anzahl von Kursen, wovon vor allem der Leistungskursbereich profitiert.

In der Regel werden in der Einführungsphase fünf parallele Mathe-Grundkurse eingerichtet, aus denen sich für die Q-Phase zwei Leistungs- und drei Grundkurse entwickeln.

Der Unterricht der Sek II erfolgt, soweit dies möglich ist, in einem der beiden Mathematik-Fachräume der Schule in denen mathematikspezifische Materialien und Merkplakate zur Verfügung stehen.

Den im Schulprogramm ausgewiesenen Zielen, Schülerinnen und Schüler ihren Begabungen und Neigungen entsprechend individuell zu fördern und ihnen Orientierung für ihren weiteren Lebensweg zu bieten, fühlt sich die Fachgruppe Mathematik in besonderer Weise verpflichtet:

Schülerinnen und Schüler aller Klassen- und Jahrgangsstufen werden zur Teilnahme an den vielfältigen Wettbewerben im Fach Mathematik angehalten und, wo erforderlich, begleitet. Für die Sekundarstufe II gibt es die Möglichkeit zur Teilnahme am Mathematik-Wettbewerb der Uni-Köln, zu dem in den letzten Jahren immer eine Schülergruppe entsandt wurde.

In der Sekundarstufe II wird darauf aufgebaut, dass die Verwendung von Kontexten im Mathematikunterricht aus der Sek. I bekannt ist. Fachinhalte werden weiterhin im Sachzusammenhang zu vermitteln und Kooperation mit anderen Fachbereichen angestrebt.

In der Sekundarstufe II wird außerdem davon ausgegangen, dass die Schülerinnen und Schüler mit den grundlegenden Möglichkeiten digitaler Werkzeuge (dynamische Geometrie-Software, Tabellenkalkulation, grafikfähiger Taschenrechner) vertraut sind. Der grafikfähige Taschenrechner wird im 2. Halbjahr der Klasse 9 eingeführt. Für die SuS, die in der Oberstufe neu an unsere Schule kommen gibt es vor den Herbstferien ein besonderes Unterrichtsangebot, das den Umgang mit dem grafikfähigen Taschenrechner in den Vordergrund stellt.

## **2. Entscheidungen zum Unterricht**

### ***2.1 Unterrichtsvorhaben***

Die Darstellung der Unterrichtsvorhaben im schulinternen Lehrplan besitzt den Anspruch, sämtliche im Kernlehrplan angeführten Kompetenzen abzudecken. Dies entspricht der Verpflichtung jeder Lehrkraft, Schülerinnen und Schülern Lerngelegenheiten zu ermöglichen, so dass alle Kompetenzerwartungen des Kernlehrplans von ihnen erfüllt werden können.

Die entsprechende Umsetzung erfolgt auf zwei Ebenen: der Übersichts- und der Konkretisierungsebene.

Im „Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben“ (2.) wird die Verteilung der Unterrichtsvorhaben dargestellt. Sie ist laut Beschluss der Fachkonferenz verbindlich für die Unterrichtsvorhaben I, II und III der Einführungsphase und für die Unterrichtsphasen der Qualifikationsphase. Die zeitliche Abfolge der Unterrichtsvorhaben IV bis VIII der Einführungsphase ist jeweils auf die Vorgaben zur Vergleichsklausur abzustimmen.

Das Übersichtsraster dient dazu, einen schnellen Überblick über die Zuordnung der Unterrichtsvorhaben zu den einzelnen Jahrgangsstufen sowie den im Kernlehrplan genannten Kompetenzen, Inhaltsfeldern und inhaltlichen Schwerpunkten zu verschaffen. Um Klarheit herzustellen und die Übersichtlichkeit zu gewährleisten, werden in der Kategorie „Kompetenzen“ an dieser Stelle nur die übergeordneten Kompetenzerwartungen ausgewiesen, während die konkretisierten Kompetenzerwartungen erst auf der Ebene konkretisierter Unterrichtsvorhaben (siehe 3.) Berücksichtigung finden. Der ausgewiesene Zeitbedarf versteht sich als grobe Orientierungsgröße, die nach Bedarf über- oder unterschritten werden kann.

Während der Fachkonferenzbeschluss zum „Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben“ zur Gewährleistung vergleichbarer Standards sowie zur Absicherung von Kurswechslern und Lehrkraftwechseln für alle Mitglieder der Fachkonferenz bindend ist, besitzt die Ausweisung „konkretisierter Unterrichtsvorhaben“ (3.) empfehlenden Charakter. Dies dient vor allem Referendarinnen und Referendaren sowie neuen Kolleginnen und Kollegen zur standardbezogenen Orientierung, aber auch zur Verdeutlichung von unterrichtsbezogenen, fachgruppeninternen Absprachen zu didaktisch-methodischen Zugängen, fächerübergreifenden Kooperationen sowie vorgesehenen Leistungsüberprüfungen, die im Einzelnen auch dem Abschnitt 4. und dem Leistungskonzept zu entnehmen sind. Begründete Abweichungen von den vorgeschlagenen Vorgehensweisen bezüglich der konkretisierten Unterrichtsvorhaben sind im Rahmen der pädagogischen Freiheit der Lehrkräfte jederzeit möglich. Sicherzustellen bleibt allerdings auch hier, dass im Rahmen der Umsetzung der Unterrichtsvorhaben insgesamt alle prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen des Kernlehrplans Berücksichtigung finden. Dies ist durch entsprechende Kommunikation innerhalb der Fachkonferenz zu gewährleisten.

### 2.1.1 Übersicht über die Unterrichtsvorhaben

Q1 Grundkurse		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl

I	Q-GK-A1	9
II	Q-GK-A2	15
III	Q-GK-G1	9
IV	Q-GK-G2	9
V	Q-GK-G3	6
VI	Q-GK-G4	9
VII	Q-GK-A3	9
VIII	Q-GK-A4	12
	Summe:	78
<b>Q2 Grundkurse</b>		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q-GK-S1	6
II	Q-GK-S2	9
III	Q-GK-S3	9
IV	Q-GK-S4	9
V	Q-GK-A5	9
VI	Q-GK-A6	12
	Summe:	54

<b>Q1 Leistungskurse</b>		
<b>Unterrichtsvorhaben</b>	<b>Thema</b>	<b>Stundenzahl</b>
I	Q-LK-A1	20
II	Q-LK-A2	20
III	Q-LK-G1	10
IV	Q-LK-G2	10
V	Q-LK-G3	10
VI	Q-LK-G4	10
VII	Q-LK-A3	10
VIII	Q-LK-A4	20
IX	Q-LK-S1	5
X	Q-LK-S2	10
XI	Q-LK-S3	5
	Summe:	130
<b>Q2 Leistungskurse</b>		
<b>Unterrichtsvorhaben</b>	<b>Thema</b>	<b>Stundenzahl</b>
I	Q-LK-A5	20
II	Q-LK-A6	20
III	Q-LK-S4	10
IV	Q-LK-S5	10
V	Q-LK-S6	10
VI	Q-LK-G5	10
VII	Q-LK-G6	10
	Summe:	90

## 2.1.2 Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben (Konkretisierung)

<b>Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS</b>	
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-I:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Optimierungsprobleme (Q-GK-A1)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Problemlösen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Funktionen als mathematische Modelle</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 9 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-II :</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Funktionen beschreiben Formen – Modellieren von Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen (Q-GK-A2)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfelder:</b> Funktionen und Analysis (A) Lineare Algebra (G)</p> <p><b>Inhaltliche Schwerpunkte:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Funktionen als mathematische Modelle</li> <li>• Lineare Gleichungssysteme</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 15 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-III:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-GK-G1)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden)</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 9 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-IV:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Lineare Algebra als Schlüssel zur Lösung von geometrischen Problemen (Q-GK-G2)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemlösen</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p><b>Inhaltliche Schwerpunkte:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen)</li> <li>• Lineare Gleichungssysteme</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 9 Std.</p>

<b>Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS (Fortsetzung)</b>	
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-V:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Eine Sache der Logik und der Begriffe: Untersuchung von Lagebeziehungen (Q-GK-G3)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Argumentieren</li> <li>• Kommunizieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Lagebeziehungen</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 6 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VI :</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Räume vermessen – mit dem Skalarprodukt Polygone und Polyeder untersuchen (Q-GK-G4)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemlösen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Skalarprodukt</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 9 Std</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VII:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-GK-A3)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Kommunizieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Grundverständnis des Integralbegriffs</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 9 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VIII:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-GK-A4)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Argumentieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Integralrechnung</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 12 Std.</p>
<b>Summe Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS 78 Stunden</b>	



<b>Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS</b>	
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-I:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-GK-S1)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Stochastik (S)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 6 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-II:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Treffer oder nicht? – Bernoulliexperimente und Binomialverteilung (Q-GK-S2)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Stochastik (S)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Binomialverteilung</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 9 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-III:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Modellieren mit Binomialverteilungen (Q-GK-S3)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Argumentieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Stochastik (S)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Binomialverteilung</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 9 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-IV :</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Von Übergängen und Prozessen (Q-GK-S4)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Argumentieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Stochastik (S)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Stochastische Prozesse</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 9 Std.</p>

<b>Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS Fortsetzung</b>	
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-V:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Natürlich: Exponentialfunktionen (Q-GK-A5)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemlösen</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Fortführung der Differentialrechnung</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 9 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-VI:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-GK-A6)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltliche Schwerpunkte:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Fortführung der Differentialrechnung</li> <li>• Integralrechnung</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 12 Std.</p>
<b>Summe Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS: 54 Stunden</b>	

<b>Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS</b>	
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-I:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Optimierungsprobleme (Q-LK-A1)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Problemlösen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltliche Schwerpunkte:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Funktionen als mathematische Modelle</li> <li>• Fortführung der Differentialrechnung</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 20 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-II:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Funktionen beschreiben Formen – Modellieren von Sachsituationen mit Funktionen (Q-LK-A2)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfelder:</b> Funktionen und Analysis (A) Lineare Algebra (G)</p> <p><b>Inhaltliche Schwerpunkte:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Funktionen als mathematische Modelle</li> <li>• Lineare Gleichungssysteme</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 20 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-III:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-LK-G1)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden)</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 10 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-IV:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Die Welt vermessen – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen (Q-LK-G2)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemlösen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Skalarprodukt</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 10Std.</p>

<b>Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS Fortsetzung</b>	
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-V:</u></p> <p><b>Thema:</b> Ebenen als Lösungsmengen von linearen Gleichungen und ihre Beschreibung durch Parameter (Q-LK-G3)</p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Argumentieren</li> <li>• Kommunizieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen)</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 10 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VI:</u></p> <p><b>Thema:</b> Lagebeziehungen und Abstandsprobleme bei geradlinig bewegten Objekten (Q-LK-G4)</p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Argumentieren</li> <li>• Kommunizieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Lagebeziehungen und Abstände (von Geraden)</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 10 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VII</u></p> <p><b>Thema:</b> Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-LK-A3)</p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Kommunizieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Grundverständnis des Integralbegriffs</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 10 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VIII:</u></p> <p><b>Thema:</b> Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-LK-A4)</p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Argumentieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Integralrechnung</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 20 Std.</p>

<b>Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS Fortsetzung</b>	
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-IX:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-LK-S1)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Stochastik (S)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 5 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-X:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Treffer oder nicht? – Bernoulliexperimente und Binomialverteilungen (Q-LK-S2)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Stochastik (S)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Binomialverteilung</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 10 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-XI:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen (Q-LK-S3)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemlösen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Stochastik (S)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Binomialverteilung</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 5 Std.</p>	
<b>Summe Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS 130 Stunden</b>	

<b>Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS</b>	
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-I:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Natürlich: Exponentialfunktionen und Logarithmus (Q-LK-A5)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemlösen</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Fortführung der Differentialrechnung</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 20 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-II</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-LK-A6)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltliche Schwerpunkte:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Fortführung der Differentialrechnung</li> <li>• Integralrechnung</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 20 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-III:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Ist die Glocke normal? (Q-LK-S4)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Problemlösen</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Stochastik (S)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Normalverteilung</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 10 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-IV:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Signifikant und relevant? – Testen von Hypothesen (Q-LK-S5)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Kommunizieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Stochastik (S)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Testen von Hypothesen</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 10 Std.</p>

<b>Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS Fortsetzung</b>	
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-V:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Von Übergängen und Prozessen (Q-LK-S6)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Argumentieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Stochastik (S)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Stochastische Prozesse</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 10 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-VI:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Untersuchungen an Polyedern (Q-LK-G5)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemlösen</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p><b>Inhaltliche Schwerpunkte:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Lagebeziehung und Abstände (von Ebenen)</li> <li>• Lineare Gleichungssysteme</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 10 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-VII:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Strategieentwicklung bei geometrischen Problemsituationen und Beweisaufgaben (Q-LK-G6)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Problemlösen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Verknüpfung aller Kompetenzen</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 10 Std.</p>	
<b>Summe Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS: 90 Stunden</b>	

## 2.1.2 Konkretisierte Unterrichtsvorhaben

### Q-Phase Grundkurs Funktionen und Analysis (A)

Thema: <i>Optimierungsprobleme (Q-GK-A1)</i>	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese</li><li>• verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien [...] zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten</li></ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b></p> <p><b>Modellieren</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor. (<i>Strukturieren</i>)</li><li>• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>)</li><li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</li><li>• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>)</li><li>• beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>)</li></ul> <p><b>Problemlösen</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p>	<p><b>Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“</b></p> <p>Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. An Problemen, die auf quadratische Zielfunktionen führen, sollten auch unterschiedliche Lösungswege aufgezeigt und verglichen werden. Hier bietet es sich außerdem an, Lösungsverfahren auch ohne digitale Hilfsmittel einzuüben.</p> <p>An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z. B. „Glasscheibe“ oder verschiedene Varianten des „Hühnerhofs“). Ein Verpackungsproblem (Dose oder Milchtüte) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik untersucht. <i>Abschließend empfiehlt es sich, ein Problem zu behandeln, das die Schülerinnen und Schüler nur durch systematisches Probieren oder anhand des Funktionsgraphen lösen können: Aufgabe zum „schnellsten Weg“.</i></p> <p>Stellen extremer Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. Neuverschuldung und Schulden oder Besucherströme in einen Freizeitpark/zu einer Messe und erforderlicher Personaleinsatz) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen. Die Bestimmung der extremalen Steigung erfolgt zunächst über das Vorzeichenwechselkriterium (an den Nullstellen der zweiten Ablei-</p>



- finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation (*Erkunden*)
- wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle ...) aus, um die Situation zu erfassen (*Erkunden*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern ...) (*Lösen*)
- setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (*Lösen*)
- berücksichtigen einschränkende Bedingungen (*Lösen*)
- führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (*Lösen*)
- vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (*Reflektieren*)

tung).

## Thema: Funktionen beschreiben Formen - Modellieren von Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen (Q-GK-A2)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

##### Die Schülerinnen und Schüler

- bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“)
- beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung
- verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten
- beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme
- wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### Modellieren

##### Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

#### Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“

Anknüpfend an die Einführungsphase werden an einem Beispiel in einem geeigneten Kontext (z. B. Fotos von Brücken, Gebäuden, Flugbahnen) aus gegebenen Punkten Gleichungssysteme für die Parameter der Normalform aufgestellt.

Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung“ des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. Als Kontext hierzu können z. B. Trassierungsprobleme gewählt werden.

Die simultane Betrachtung beider Ableitungen führt zur Entdeckung eines weiteren hinreichenden Kriteriums für Extrempunkte. Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden abschließend von den Lernenden kritisch bewertet.

*Designobjekte oder architektonische Formen können zum Anlass genommen werden, die Funktionsklassen zur Modellierung auf ganzrationale Funktionen 3. oder 4. Grades zu erweitern und über gegebene Punkte, Symmetrieüberlegungen und Bedingungen an die Ableitung Gleichungen zur Bestimmung der Parameter aufzustellen. Hier bieten sich nach einem einführenden Beispiel offene Unterrichtsformen (z. B. Lerntheke) an.*

Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinaten-

- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)
- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (*Validieren*)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (*Validieren*)

### **Werkzeuge nutzen**

#### *Die Schülerinnen und Schüler*

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
  - ... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen
  - ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden [...], Berechnen und Darstellen

system, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen.

*Damit nicht bereits zu Beginn algebraische Schwierigkeiten den zentralen Aspekt der Modellierung überlagern, wird empfohlen, den GTR zunächst als Blackbox zum Lösen von Gleichungssystemen und zur graphischen Darstellung der erhaltenen Funktionen im Zusammenhang mit der Validierung zu verwenden und erst im Anschluss die Blackbox „Gleichungslöser“ zu öffnen, das Gaußverfahren zu thematisieren und für einige gut überschaubare Systeme mit drei Unbekannten auch ohne digitale Werkzeuge durchzuführen.*

## Thema: Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-GK-A3)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

*Die Schülerinnen und Schüler*

- interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe
- deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext
- skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### **Kommunizieren**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus [...] mathemathikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (*Rezipieren*)
- formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (*Produzieren*)
- wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus (*Produzieren*)
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (*Produzieren*)
- dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar (*Produzieren*)
- erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (*Produzieren*)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb sollten hier Kontexte, die schon dort genutzt wurden, wieder aufgegriffen werden (Geschwindigkeit – Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge).

*Der Einstieg kann über ein Stationenlernen oder eine arbeitsteilige Gruppenarbeit erfolgen, in der sich die Schülerinnen und Schüler selbstständig eine Breite an Kontexten, in denen von einer Änderungsrate auf den Bestand geschlossen wird, erarbeiten.*

Außer der Schachtelung durch Ober- und Untersummen sollen die Schülerinnen und Schüler eigenständig weitere unterschiedliche Strategien zur möglichst genauen näherungsweise Berechnung des Bestands entwickeln und vergleichen. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert.

Qualitativ können die Schülerinnen und Schüler so den Graphen einer Flächeninhaltsfunktion als „Bilanzgraphen“ zu einem vorgegebenen Randfunktionsgraphen skizzieren.

Falls die Lernenden entdecken, welche Auswirkungen dieser Umkehrprozess auf die Funktionsgleichung der „Bilanzfunktion“ hat, kann dies zur Überleitung in das folgende Unterrichtsvorhaben genutzt werden.

Das Stationenlernen kann in einem Portfolio dokumentiert werden.

Die Ergebnisse der Gruppenarbeit können auf Plakaten festgehalten und in einem Museumsgang präsentiert werden. *Schülervorträge über bestimmte Kontexte sind hier wünschenswert.*

## Thema: Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-GK-A4)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

##### *Die Schülerinnen und Schüler*

- erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs
- erläutern geometrisch-anschaulich den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung)
- nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen
- bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen
- bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge
- ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate
- bestimmen Flächeninhalte mit Hilfe von bestimmten Integralen

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### **Argumentieren**

##### *Die Schülerinnen und Schüler*

- stellen Vermutungen auf (*Vermuten*)
- unterstützen Vermutungen beispielgebunden (*Vermuten*)
- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (*Begründen*)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Schülerinnen und Schüler sollen hier (wieder-)entdecken, dass die Bestandsfunktion eine Stammfunktion der Änderungsrate ist. Dazu kann das im vorhergehenden Unterrichtsvorhaben (vgl. Thema Q-GK-A3) entwickelte numerische Näherungsverfahren auf den Fall angewendet werden, dass für die Änderungsrate ein Funktionsterm gegeben ist.

*Die Graphen der Änderungsrate und der Bestandsfunktion können die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe einer Tabellenkalkulation und eines Funktionenplotters gewinnen, vergleichen und Beziehungen zwischen diesen herstellen.*

Fragen, wie die Genauigkeit der Näherung erhöht werden kann, geben Anlass zu anschaulichen Grenzwertüberlegungen.

Da der Rekonstruktionsprozess auch bei einer abstrakt gegebenen Randfunktion möglich ist, wird für Bestandsfunktionen der Fachbegriff Integralfunktion eingeführt und der Zusammenhang zwischen Rand- und Integralfunktion im Hauptsatz formuliert (ggf. auch im Lehrervortrag).

Die Regeln zur Bildung von Stammfunktionen werden von den Schülerinnen und Schülern durch Rückwärtsanwenden der bekannten Ableitungsregeln selbstständig erarbeitet. (z. B. durch ein sog. Funktionendomino)

In den Anwendungen steht mit dem Hauptsatz neben dem numerischen Verfahren ein alternativer Lösungsweg zur Berechnung von Gesamtbeständen zur Verfügung.

Davon abgegrenzt wird die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert werden. Bei der Berechnung der Flächeninhalte zwischen Graphen werden die Schnittstellen in der Regel numerisch mit dem GTR bestimmt.

**Werkzeuge nutzen**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- nutzen [...] digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen
- Verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
  - ... Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse
  - ... Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals

Komplexere Übungsaufgaben sollten am Ende des Unterrichtsvorhabens bearbeitet werden, um Vernetzungen mit den Kompetenzen der bisherigen Unterrichtsvorhaben (Funktionsuntersuchungen, Aufstellen von Funktionen aus Bedingungen) herzustellen.

## Thema: Natürlich: Exponentialfunktionen (Q-GK-A5)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

##### Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion
- untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze
- interpretieren Parameter von Funktionen im Anwendungszusammenhang
- bilden die Ableitungen weiterer Funktionen:
  - natürliche Exponentialfunktion

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### Problemlösen

##### Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (*Reflektieren*).

##### Werkzeuge nutzen

##### Die Schülerinnen und Schüler

- Verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
  - ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
  - ... grafischen Messen von Steigungen
- entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus
- nutzen [...] digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

*Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens sollte eine Auffrischung der bereits in der Einführungsphase erworbenen Kompetenzen durch eine arbeitsteilige Untersuchung verschiedener Kontexte z. B. in Gruppenarbeit mit Präsentation stehen (Wachstum und Zerfall).*

Im Anschluss werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen.

Die Frage nach der Ableitung an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate.

## Thema: Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-GK-A6)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

##### Die Schülerinnen und Schüler

- untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze
- interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext
- bilden die Ableitungen weiterer Funktionen
  - Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten
- bilden in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung)
- wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen an
- wenden die Produktregel auf Verknüpfungen von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen an
- bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge
- ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### Modellieren

##### Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Im Zusammenhang mit der Modellierung von Wachstumsprozessen durch natürliche Exponentialfunktionen mit linearen Exponenten wird die Kettenregel eingeführt, um auch (hilfsmittelfrei) Ableitungen für die entsprechenden Funktionsterme bilden zu können. Als Beispiel für eine Summenfunktion wird eine Kettenlinie modelliert. An mindestens einem Beispiel sollte auch ein beschränktes Wachstum untersucht werden.

An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (z.B. Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen erarbeitet. In diesem Zusammenhang wird die Produktregel zum Ableiten eingeführt.

In diesen Kontexten ergeben sich ebenfalls Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird.

Parameter werden nur in konkreten Kontexten und nur exemplarisch variiert (keine systematische Untersuchung von Funktionenscharen). Dabei werden z. B. zahlenmäßige Änderungen des Funktionsterms bezüglich ihrer Auswirkung untersucht und im Hinblick auf den Kontext interpretiert.



Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)

- ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)
- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (*Validieren*)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (*Validieren*)

## Q-Phase Grundkurs Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

**Thema:** *Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-GK-G1)*

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### **Inhaltsbezogene Kompetenzen:**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- stellen Geraden und Strecken in Parameterform dar
- interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext

#### **Prozessbezogene Kompetenzen:**

##### **Modellieren**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)
- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (*Validieren*)

### **Werkzeuge nutzen**

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben und können dynamisch mit DGS dargestellt werden. Dabei können Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden.

Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen sollen auch hilfsmittelfrei durchgeführt werden. Die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen sollte hinreichend geübt werden.

*Auf dieser Grundlage können z. B. Schattenwürfe von Gebäuden in Parallel- und Zentralprojektion auf eine der Grundebenen berechnet und zeichnerisch dargestellt werden. Der Einsatz der DGS bietet hier die zusätzliche Möglichkeit, dass der Ort der Strahlenquelle variiert werden kann. Inhaltlich schließt die Behandlung von Schrägbildern an das Thema E-G1 an.*

*Die Schülerinnen und Schüler*

- nutzen Geodreiecke [...] geometrische Modelle und Dynamische-Geometrie-Software
- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
  - ... grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden
  - ... Darstellen von Objekten im Raum

## Thema: Lineare Algebra als Schlüssel zur Lösung von geometrischen Problemen (Q-GK-G2)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

*Die Schülerinnen und Schüler*

- stellen Ebenen in Parameterform dar
- untersuchen Lagebeziehungen [...] zwischen Geraden und Ebenen
- berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext
- stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar
- beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme
- interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### **Problemlösen**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (*Lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...]) (*Lösen*)
- führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (*Lösen*)
- vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (*Reflektieren*)
- beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (*Reflektieren*)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Als Einstiegskontext für die Parametrisierung einer Ebene kann eine Dachkonstruktion mit Sparren und Querlatten dienen. Diese bildet ein schiefwinkliges Koordinatensystem in der Ebene. Damit wird die Idee der Koordinatisierung aus dem Thema E-G2 wieder aufgegriffen.

In diesem Unterrichtsvorhaben werden Problemlösekompetenzen erworben, indem sich heuristische Strategien bewusst gemacht werden (eine planerische Skizze anfertigen, die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt beschreiben, geometrische Hilfsobjekte einführen, bekannte Verfahren zielgerichtet einsetzen und in komplexeren Abläufen kombinieren und unterschiedliche Lösungswege kriteriengestützt vergleichen).

Punktproben sowie die Berechnung von Spurgeraden in den Grundebenen und von Schnittpunkten mit den Koordinatenachsen führen zunächst noch zu einfachen Gleichungssystemen. Die Achsenabschnitte erlauben eine Darstellung in einem räumlichen Koordinatensystem.

Die Untersuchung von Schattenwürfen eines Mastes auf eine Dachfläche z. B. motiviert eine Fortführung der systematischen Auseinandersetzung (Q-GK-A2) mit linearen Gleichungssystemen, mit der Matrix-Vektor-Schreibweise und mit dem Gauß-Verfahren.

Die Lösungsmengen werden mit dem GTR bestimmt, zentrale Werkzeugkompetenz in diesem Unterrichtsvorhaben ist die Interpretation des angezeigten Lösungsvektors bzw. der reduzierten Matrix. Die Vernetzung der geometrischen Vorstellung (Lagebeziehung) und der algebraischen Formalisierung sollte stets deutlich werden.

- analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern (*Reflektieren*)

**Werkzeuge nutzen**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum  
... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen

## Thema: Eine Sache der Logik und der Begriffe: Untersuchung von Lagebeziehungen (Q-GK-G3)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- untersuchen Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden [...]

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober- / Unterbegriff) (*Begründen*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*Begründen*)
- berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen / Äquivalenz, Und- / Oder-Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) (*Begründen*)
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (*Beurteilen*)

##### Kommunizieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (*Rezipieren*)
- verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang (*Produzieren*)
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (*Produzieren*)
- erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (*Produzieren*)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Als Kontext kann im Zuge der Lagebeziehung zwischen zwei Geraden die Modellierung von Flugbahnen (Kondensstreifen) aus Q-GK-G1 wieder aufgegriffen werden. Dabei wird evtl. die Frage des Abstandes zwischen Flugobjekten relevant. Bei genügend zur Verfügung stehender Zeit oder binnendifferenziert könnte (über den Kernlehrplan hinausgehend) das Abstandsminimum numerisch, grafisch oder algebraisch mit den Verfahren der Analysis ermittelt werden.

Begrifflich davon abgegrenzt wird der Abstand zwischen den Flugbahnen. Dies motiviert die Beschäftigung mit orthogonalen Hilfsgeraden (Q-GK-G4).

- |   |  |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"><li>• vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität (<i>Diskutieren</i>)</li></ul> |  |
|---|--|

## Thema: Räume vermessen – mit dem Skalarprodukt Polygone und Polyeder untersuchen (Q-GK-G4)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

*Die Schülerinnen und Schüler*

- deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es
- untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### **Problemlösen**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (*Erkunden*)
- analysieren und strukturieren die Problemsituation (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...]) (*Lösen*)
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (*Lösen*)
- beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (*Reflektieren*)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Durch eine Zerlegung in parallele und orthogonale Komponenten wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dies wird zur Einführung des Winkels über den Kosinus genutzt (alternativ zu einer Herleitung aus dem Kosinussatz).

*Eine weitere Bedeutung des Skalarproduktes kann mit den gleichen Überlegungen am Beispiel der physikalischen Arbeit erschlossen werden.*

*Bei hinreichend zur Verfügung stehender Zeit kann in Anwendungskontexten (z. B. Vorbeiflug eines Flugzeugs an einem Hindernis unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes, vgl. Q-GK-G3) entdeckt werden, wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden u. a. als Streckenlänge über die Bestimmung eines Lotfußpunktes ermittelt werden kann. Bei dieser Problemstellung sollten unterschiedliche Lösungswege zugelassen und verglichen werden.*

Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für (im Sinne des Problemlösens offen angelegte) exemplarische geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte (z. B. Gebäude) bezogen werden.

*Dabei kann z. B. der Nachweis von Dreiecks- bzw. Viereckstypen (anknüpfend an das Thema E-G2) wieder aufgenommen werden.*

Wo möglich, werden auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt.



## Q-Phase Grundkurs Stochastik (S)

**Thema:** *Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-GK-S1)*

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

*Die Schülerinnen und Schüler*

- untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben
- erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen
- bestimmen den Erwartungswert  $\mu$  und die Standardabweichung  $\sigma$  von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### **Modellieren**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt.

Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert. Das Grundverständnis von Streumaßen wird durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler mit Boxplots in der Sekundarstufe I reaktiviert.

Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert aber unterschiedlicher Streuung wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; anhand gezielter Veränderungen der Verteilung werden die Auswirkungen auf deren Kenngrößen untersucht und interpretiert.

Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt.

## Thema: Treffer oder nicht? – Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen (Q-GK-S2)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

##### Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente
- erklären die Binomialverteilung im Kontext und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten
- beschreiben den Einfluss der Parameter  $n$  und  $p$  auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung
- bestimmen den Erwartungswert  $\mu$  und die Standardabweichung  $\sigma$  von Zufallsgrößen [...]

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### Modellieren

##### Die Schülerinnen und Schüler

- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)

##### Werkzeuge nutzen

##### Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen [...]
- zum
  - ... Generieren von Zufallszahlen
  - ... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet.

Durch Vergleich mit dem „Ziehen mit/ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette‘ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d.h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen.

Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung bieten sich das Galtonbrett bzw. seine Simulation und die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an.

Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang  $n$  und Trefferwahrscheinlichkeit  $p$  erfolgt dabei durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR.

Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung für ein zweistufiges Bernoulliexperiment plausibel gemacht werden. Auf eine allgemeingültige Herleitung wird verzichtet.

Durch Erkunden wird festgestellt, dass unabhängig von  $n$  und  $p$  ca. 68% der Ergebnisse in der  $1\sigma$ -Umgebung des Erwartungswertes liegen.

*Hinweis: Der Einsatz des GTR zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.*

- |  |  |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none"><li>... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen</li><li>... Variieren der Parameter von Binomialverteilungen</li><li>... Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung)</li></ul> |  |
|--|--|

## Thema: Modellieren mit Binomialverteilungen (Q-GK-S3)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

*Die Schülerinnen und Schüler*

- nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen
- schließen anhand einer vorgegebenen Entscheidungsregel aus einem Stichprobenergebnis auf die Grundgesamtheit

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### **Modellieren**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter [...] Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (*Validieren*)

##### **Argumentieren**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (*Begründen*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*Begründen*)
- verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten (*Begründen*)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

In verschiedenen Sachkontexten wird zunächst die Möglichkeit einer Modellierung der Realsituation mithilfe der Binomialverteilung überprüft. Die Grenzen des Modellierungsprozesses werden aufgezeigt und begründet. In diesem Zusammenhang werden geklärt:

- die Beschreibung des Sachkontextes durch ein Zufallsexperiment
- die Interpretation des Zufallsexperiments als Bernoullikette
- die Definition der zu betrachtenden Zufallsgröße
- die Unabhängigkeit der Ergebnisse
- die Benennung von Stichprobenumfang  $n$  und Trefferwahrscheinlichkeit  $p$

Dies erfolgt in unterschiedlichen Realkontexten, deren Bearbeitung z.B. auf Zeitungsartikeln basieren kann.

*Hinweis: Eine Stichprobenentnahme kann auch auf dem GTR simuliert werden.*

## Thema: Von Übergängen und Prozessen (G-GK-S4)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

*Die Schülerinnen und Schüler*

- beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen
- verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände)

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### **Modellieren**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)

##### **Argumentieren**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*Begründen*)
- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (*Begründen*)
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (*Beurteilen*)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.

*Hinweis:*

*Der Auftrag an Schülerinnen und Schüler, einen stochastischen Prozess graphisch darzustellen, führt in der Regel zur Erstellung eines Baumdiagramms, dessen erste Stufe den Ausgangszustand beschreibt. Darüber hinaus sollen sie die Matrix-Vektor-Darstellung als Schreibweise für stochastische Prozesse interpretieren.*

Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an.

## Q-Phase Leistungskurs Funktionen und Analysis (A)

**Thema:** *Optimierungsprobleme (Q-LK-A1)*

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

*Die Schülerinnen und Schüler*

- führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese
- verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien [...] zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten
- bilden die Ableitungen weiterer Funktionen
  - Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten
- führen Eigenschaften von zusammengesetzten Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) argumentativ auf deren Bestandteile zurück
- wenden die Produkt- und Kettenregel zum Ableiten von Funktionen an

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### **Modellieren**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

#### **Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“**

Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. Die Lernenden sollten deshalb ausreichend Zeit bekommen, mit Methoden des kooperativen Lernens selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen und dabei unterschiedliche Lösungswege zu entwickeln.

An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z. B. „Glasscheibe“ oder verschiedene Varianten des „Hühnerhofs“).

Ein Verpackungsproblem (Dose oder Milchtüte) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik und Modellvariation untersucht.

Stellen extremer Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. Neuverschuldung und Schulden oder Besucherströme in einen Freizeitpark/zu einer Messe und erforderlicher Personaleinsatz) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen. Die Bestimmung der extremalen Steigung erfolgt zunächst über das Vorzeichenwechselkriterium (an den Nullstellen der zweiten Ableitung).

Im Zusammenhang mit geometrischen und ökonomischen Kontexten entwickeln die Schülerinnen und Schüler die Ableitungen von Wurzelfunktionen sowie die Produkt- und Kettenregel und wenden sie an.

Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)

- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (*Validieren*)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (*Validieren*)

### **Problemlösen**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation (*Erkunden*)
- wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle ...) aus, um die Situation zu erfassen (*Erkunden*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Verallgemeinern ...) (*Lösen*)
- setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (*Lösen*)
- berücksichtigen einschränkende Bedingungen (*Lösen*)
- vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (*Reflektieren*)

## Thema: Funktionen beschreiben Formen - Modellieren von Sachsituationen mit Funktionen (Q-LK-A2)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

##### Die Schülerinnen und Schüler

- interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext und untersuchen ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionenscharen
- bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“)
- beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung
- verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten
- beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme
- wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### Modellieren

##### Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

#### Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“

Anknüpfend an die Einführungsphase werden in unterschiedlichen Kontexten (z. B. Fotos von Brücken, Gebäuden, Flugbahnen) die Parameter der Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion angepasst.

Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung“ des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. Als Kontext hierzu können z. B. Trassierungsprobleme gewählt werden.

Die simultane Betrachtung beider Ableitungen führt zur Entdeckung eines weiteren hinreichenden Kriteriums für Extrempunkte. Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden abschließend von den Lernenden kritisch bewertet.

Im Zusammenhang mit unterschiedlichen Kontexten werden aus gegebenen Eigenschaften (Punkten, Symmetrieüberlegungen, Bedingungen an die 1. und 2. Ableitung) Gleichungssysteme für die Parameter ganzrationaler Funktionen entwickelt.

Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen.

*Damit nicht bereits zu Beginn algebraische Schwierigkeiten den zentralen Aspekt der Modellierung überlagern, wird empfohlen, den GTR zunächst*



- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)
- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (*Validieren*)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (*Validieren*)

### **Werkzeuge nutzen**

#### *Die Schülerinnen und Schüler*

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum  
... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen  
... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden [...], Berechnen und Darstellen

*als Blackbox zum Lösen von Gleichungssystemen und zur graphischen Darstellung der erhaltenen Funktionen im Zusammenhang mit der Validierung zu verwenden und erst im Anschluss die Blackbox „Gleichungslöser“ zu öffnen, das Gaußverfahren zu thematisieren und für einige gut überschaubare Systeme mit drei Unbekannten auch ohne digitale Werkzeuge durchzuführen.*

Über freie Parameter (aus unterbestimmten Gleichungssystemen) werden Lösungsscharen erzeugt und deren Elemente hinsichtlich ihrer Eignung für das Modellierungsproblem untersucht und beurteilt. An innermathematischen „Steckbriefen“ werden Fragen der Eindeutigkeit der Modellierung und der Einfluss von Parametern auf den Funktionsgraphen untersucht.

## Thema: Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-LK-A3)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe
- deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext
- skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### Kommunizieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus [...] mathemathikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (*Rezipieren*)
- formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (*Produzieren*)
- wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus (*Produzieren*)
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (*Produzieren*)
- dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar (*Produzieren*)
- erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (*Produzieren*)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

*Hinweis: Auch im Leistungskurs bilden eigene anschauliche Erfahrungen ein gutes Fundament für den weiteren Begriffsaufbau. Deshalb hat sich die Fachkonferenz für einen ähnlichen Einstieg in die Integralrechnung im Leistungskurs entschieden wie im Grundkurs. Er unterscheidet sich allenfalls durch etwas komplexere Aufgaben von der Einführung im Grundkurs.*

Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb werden hier Kontexte, die schon dort genutzt werden, wieder aufgegriffen (Geschwindigkeit - Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge). Daneben wird die Konstruktion einer Größe (z. B. physikalische Arbeit) erforderlich, bei der es sich nicht um die Rekonstruktion eines Bestandes handelt.

Der Einstieg kann über ein Stationenlernen oder eine arbeitsteilige Gruppenarbeit erfolgen, in der sich die Schülerinnen und Schüler selbstständig eine Breite an Kontexten, in denen von einer Änderungsrate auf den Bestand geschlossen wird, erarbeiten. Außer der Schachtelung durch Ober- und Untersummen sollen die Schülerinnen und Schüler eigenständig weitere unterschiedliche Strategien zur möglichst genauen näherungsweise Berechnung des Bestands entwickeln und vergleichen. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert.

Qualitativ können die Schülerinnen und Schüler so den Graphen einer Flächeninhaltsfunktion als „Bilanzgraphen“ zu einem vorgegebenen Randfunktionsgraphen skizzieren. Falls die Lernenden entdecken, welche Auswirkungen dieser Umkehrprozess auf die Funktionsgleichung der „Bilanzfunktion“ hat, kann dies zur Überleitung in das folgende Unterrichtsvorhaben genutzt werden.

Das Stationenlernen kann in einem Portfolio dokumentiert werden. Die Ergebnisse der Gruppenarbeit können auf Plakaten festgehalten und in einem Museumsgang präsentiert werden. Schülervorträge über bestimmte Kontexte sind hier wünschenswert.

## Thema: Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-LK-A4)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

##### Die Schülerinnen und Schüler

- erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs
- erläutern den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion
- nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen
- begründen den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffs
- bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen
- bestimmen Integrale numerisch [...]
- ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion
- bestimmen Flächeninhalte und Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die Abszisse entstehen, mit Hilfe von bestimmten und uneigentlichen Integralen

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### Argumentieren

##### Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Vermutungen auf (*Vermuten*)
- unterstützen Vermutungen beispielgebunden (*Vermuten*)
- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (*Begründen*)
- verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten (*Begründen*)
- erklären vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Schülerinnen und Schüler sollen hier selbst entdecken, dass die Integralfunktion  $J_a$  eine Stammfunktion der Randfunktion ist. Dazu wird das im vorhergehenden Unterrichtsvorhaben entwickelte numerische Näherungsverfahren zur Rekonstruktion einer Größe aus der Änderungsrate auf eine kontextfrei durch einen Term gegebene Funktion angewendet und zur Konstruktion der Integralfunktion genutzt (Verallgemeinerung).

Die Graphen der Randfunktion und der genäherten Integralfunktion können die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe einer Tabellenkalkulation und eines Funktionenplotters gewinnen, vergleichen und Beziehungen zwischen diesen herstellen. Fragen, wie die Genauigkeit der Näherung erhöht werden kann, geben Anlass zu anschaulichen Grenzwertüberlegungen.

Um diesen Zusammenhang zu begründen, kann der absolute Zuwachs  $J_a(x+h) - J_a(x)$  geometrisch durch Rechtecke nach oben und unten abgeschätzt werden. Der Übergang zur relativen Änderung mit anschließendem Grenzübergang führt dazu, die Stetigkeit von Funktionen zu thematisieren, und motiviert, die Voraussetzungen zu präzisieren und den Hauptsatz formal exakt zu notieren.

*Hier bieten sich Möglichkeiten zur inneren Differenzierung:*

*Formalisierung der Schreibweise bei der Summenbildung, exemplarische Einschachtelung mit Ober- und Untersummen, formale Grenzwertbetrachtung, Vergleich der Genauigkeit unterschiedlicher Abschätzungen.*

In den Anwendungen steht mit dem Hauptsatz neben dem numerischen Verfahren ein alternativer Lösungsweg zur Berechnung von Produktsummen zur Verfügung.

<p><i>(Begründen)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>Beurteilen</i>)</li> </ul> <p><b>Werkzeuge nutzen</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>•nutzen [...] digitale Werkzeug zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen</li> <li>•verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... <ul style="list-style-type: none"> <li>... Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse</li> <li>... Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals</li> </ul> </li> </ul>	<p>Davon abgegrenzt wird die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert werden.</p> <p>Bei der Berechnung der Volumina wird auf Analogien zur Flächenberechnung verwiesen. (Gedanklich wird mit einem „Eierschneider“ der Rotationskörper in berechenbare Zylinder zerlegt, analog den Rechtecken oder Trapezen bei der Flächenberechnung. Auch die jeweiligen Summenformeln weisen Entsprechungen auf.)</p> <p><i>Mit der Mittelwertberechnung kann bei entsprechend zur Verfügung stehender Zeit (über den Kernlehrplan hinausgehend) noch eine weitere wichtige Grundvorstellung des Integrals erarbeitet werden. Hier bieten sich Vernetzungen mit dem Inhaltsfeld Stochastik an.</i></p>
--	---

## Thema: Natürlich: Exponentialfunktionen und Logarithmus (Q-LK-A5)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

##### Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und begründen die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion
- nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der natürlichen Exponentialfunktion
- bilden die Ableitungen weiterer Funktionen:
  - natürliche Exponentialfunktion
  - Exponentialfunktionen mit beliebiger Basis
  - natürliche Logarithmusfunktion
- nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion der Funktion:  $x \rightarrow 1/x$ .

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### Problemlösen

##### Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (*Reflektieren*)

##### Werkzeuge nutzen

##### Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
- ... grafischen Messen von Steigungen

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

*Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens empfiehlt sich eine Auffrischung der bereits in der Einführungsphase erworbenen Kompetenzen durch eine arbeitsteilige Untersuchung verschiedener Kontexte in Gruppenarbeit mit Präsentation (Wachstum und Zerfall).*

Im Anschluss werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen.

Die Eulersche Zahl kann z. B. über das Problem der stetigen Verzinsung eingeführt werden. Der Grenzübergang wird dabei zunächst durch den GTR unterstützt. Da der Rechner dabei numerisch an seine Grenzen stößt, wird aber auch eine Auseinandersetzung mit dem Grenzwertbegriff motiviert.

Die Frage nach der Ableitung einer allgemeinen Exponentialfunktion an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate.

Umgekehrt wird zu einem gegebenen Ableitungswert die zugehörige Stelle gesucht.

Die Eulersche Zahl  $e$  kann durch eine Variation der Basis entwickelt werden.

Umkehrprobleme im Zusammenhang mit der natürlichen Exponentialfunktion werden genutzt, um den natürlichen Logarithmus zu definieren und damit auch alle Exponentialfunktionen auf die Basis  $e$  zurückzuführen. Mit Hilfe der schon bekannten Kettenregel können dann auch allgemeine Exponentialfunktionen abgeleitet werden.

- entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen

Eine Vermutung zur Ableitung der natürlichen Logarithmusfunktion kann graphisch geometrisch mit einem DGS als Ortskurve gewonnen und anschließend mit der Kettenregel bewiesen werden.

## Thema: Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-LK-A6)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

##### Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung von Wachstums- und Zerfallsvorgängen und vergleichen die Qualität der Modellierung exemplarisch mit einem begrenzten Wachstum
- bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen oder Nachschlagewerken entnommenen Stammfunktionen
- ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### Modellieren

##### Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)
- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (*Validieren*)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (*Validieren*)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen einschließlich deren Verhalten für betragsgroße Argumente erarbeitet.

Auch in diesen Kontexten ergeben sich Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird.

Weitere Kontexte bieten Anlass zu komplexen Modellierungen mit Funktionen anderer Funktionenklassen, insbesondere unter Berücksichtigung von Parametern, für die Einschränkungen des Definitionsbereiches oder Fallunterscheidungen vorgenommen werden müssen.

Vernetzungsmöglichkeiten mit der Stochastik können aufgegriffen werden (z. B. Gaußsche Glockenkurve – sofern zu diesem Zeitpunkt bereits behandelt).



## Q-Phase Leistungskurs Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

**Thema:** *Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-LK-G1)*

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

*Die Schülerinnen und Schüler*

- stellen Geraden in Parameterform dar
- interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext
- stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### **Modellieren**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)
- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (*Validieren*)

#### **Werkzeuge nutzen**

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Lineare Bewegungen können z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben und dynamisch mit DGS dargestellt werden. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden.

*Eine Vertiefung kann darin bestehen, den Betrag der Geschwindigkeit mittels einer Funktion zu variieren, z. B. zur Beschreibung einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung.*

Ergänzend zum dynamischen Zugang wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Durch Einschränkung des Definitionsbereichs werden Strahlen und Strecken einbezogen. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen erlauben die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen. Solche Darstellungen sollten geübt werden.

Auf dieser Grundlage können z. B. Schattenwürfe von Gebäuden in Parallel- und Zentralprojektion auf eine der Grundebenen berechnet und zeichnerisch dargestellt werden. Der Einsatz der DGS bietet die zusätzliche Möglichkeit, dass der Ort der Strahlenquelle variiert werden kann. Inhaltlich schließt die Behandlung von Schrägbildern an das Thema E-G1 an.

*Die Schülerinnen und Schüler*

- nutzen Geodreiecke, geometrische Modelle und Dynamische-Geometrie-Software
- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
  - ... grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden
  - ... Darstellen von Objekten im Raum

## Thema: Die Welt vermessen – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen (Q-LK-G2)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

*Die Schülerinnen und Schüler*

- deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es
- untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)
- bestimmen Abstände zwischen Punkten und Geraden

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### **Problemlösen**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (*Erkunden*)
- analysieren und strukturieren die Problemsituation (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (*Reflektieren*)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Durch eine Zerlegung in parallele und orthogonale Komponenten wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dies wird zur Einführung des Winkels über den Kosinus genutzt.

*Eine weitere Bedeutung des Skalarproduktes kann mit den gleichen Überlegungen am Beispiel der physikalischen Arbeit erschlossen werden.*

Die formale Frage nach der Bedeutung eines Produktes von zwei Vektoren sowie den dabei gültigen Rechengesetzen wird im Zusammenhang mit der Analyse von typischen Fehlern (z. B. Division durch einen Vektor) gestellt.

Anknüpfend an das Thema E-G2 werden Eigenschaften von Dreiecken und Vierecken auch mithilfe des Skalarproduktes untersucht. Dabei bieten sich vorrangig Problemlöseaufgaben (z. B. Nachweis von Viereckstypen) an.

*Ein Vergleich von Lösungswegen mit und ohne Skalarprodukt kann im Einzelfall dahinterliegende Sätze transparent machen wie z. B. die Äquivalenz der zum Nachweis einer Raute benutzten Bedingungen  $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 0$  und  $(\vec{a})^2 = (\vec{b})^2$  für die Seitenvektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  eines Parallelogramms.*

In Anwendungskontexten (z. B. Vorbeiflug eines Flugzeugs an einem Hindernis unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes) wird entdeckt, wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden u. a. über die Bestimmung eines Lotfußpunktes ermittelt werden kann. Hierbei werden unterschiedliche Lösungswege zugelassen und verglichen. Eine Vernetzung mit Verfahren der Analysis zur Abstandsminimierung bietet sich an.

## Thema: Ebenen als Lösungsmengen von linearen Gleichungen und ihre Beschreibung durch Parameter (Q-LK-G3)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

*Die Schülerinnen und Schüler*

- stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar
- stellen Ebenen in Koordinaten- und in Parameterform dar
- deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es
- stellen Ebenen in Normalenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum
- bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### Argumentieren

*Die Schülerinnen und Schüler*

- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (*Begründen*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*Begründen*)
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (*Beurteilen*)

##### Kommunizieren

*Die Schülerinnen und Schüler*

- erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (*Rezipieren*)
- formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (*Produzieren*)
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (*Produzieren*)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Im Sinne verstärkt wissenschaftspropädeutischen Arbeitens wird folgender anspruchsvoller, an Q-LK-G2 anknüpfender Weg vorgeschlagen:

Betrachtet wird die Gleichung:  $\vec{u} \cdot (\vec{x} - \vec{a}) = 0$ . Durch systematisches Probieren oder Betrachten von Spezialfällen ( $\vec{a} = \mathbf{0}$ ) kann die Lösungsmenge geometrisch als Ebene gedeutet werden.

Die unterschiedlichen Darstellungsformen dieser Ebenengleichung und ihre jeweilige geometrische Deutung (Koordinatenform, Achsenabschnittsform, Hesse-Normalenform als Sonderformen der Normalenform) können in einem Gruppenpuzzle gegenübergestellt, verglichen und in Beziehung gesetzt. Dabei intensiviert der kommunikative Austausch die fachlichen Aneignungsprozesse. Die Achsenabschnittsform erleichtert es, Ebenen zeichnerisch darzustellen. Zur Veranschaulichung der Lage von Ebenen wird eine räumliche Geometriesoftware verwendet.

*Vertiefend (und über den Kernlehrplan hinausgehend) kann bei genügend zur Verfügung stehender Zeit die Lösungsmenge eines Systems von Koordinatengleichungen als Schnittmenge von Ebenen geometrisch gedeutet werden. Dabei wird die Matrix-Vektor-Schreibweise genutzt. Dies bietet weitere Möglichkeiten, bekannte mathematische Sachverhalte zu vernetzen. Die Auseinandersetzung mit der Linearen Algebra wird in Q-LK-G4 weiter vertieft.*

Als weitere Darstellungsform wird nun die Parameterform der Ebenengleichung entwickelt. Als Einstiegskontext dient eine Dachkonstruktion mit Sparren und Querlatten. Diese bildet ein schiefwinkliges Koordinatensystem in der Ebene. Damit wird die Idee der Koordinatisierung aus dem Thema E-G2 wieder aufgegriffen. Durch Einschränkung des Definitionsbe-

reichs werden Parallelogramme und Dreiecke beschrieben. So können auch anspruchsvollere Modellierungsaufgaben gestellt werden.

Ein Wechsel zwischen Koordinatenform und Parameterform der Ebene ist über die drei Achsenabschnitte möglich. Alternativ wird ein Normalenvektor mit Hilfe eines Gleichungssystems bestimmt.

## Thema: Lagebeziehungen und Abstandsprobleme bei geradlinig bewegten Objekten (Q-LK-G4)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

*Die Schülerinnen und Schüler*

- interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext
- untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden
- berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext
- bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### **Argumentieren**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff) (*Begründen*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*Begründen*)
- berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige/hinreichende Bedingung, Folgerungen/Äquivalenz, Und-/Oder- Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) (*Begründen*)
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (*Beurteilen*)

##### **Kommunizieren**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (*Rezipieren*)
- verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in ange-

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Die Berechnung des Schnittpunkts zweier Geraden ist eingebettet in die Untersuchung von Lagebeziehungen. Die Existenzfrage führt zur Unterscheidung der vier möglichen Lagebeziehungen.

Als ein Kontext kann die Modellierung von Flugbahnen (Kondensstreifen) aus Thema Q-LK-G1 wieder aufgenommen werden, insbesondere mit dem Ziel, die Frage des Abstandes zwischen Flugobjekten im Unterschied zur Abstandsberechnung zwischen den Flugbahnen zu vertiefen. Hier bietet sich wiederum eine Vernetzung mit den Verfahren der Analysis zur Abstandsminimierung an.

Die Berechnung des Abstandes zweier Flugbahnen kann für den Vergleich unterschiedlicher Lösungsvarianten genutzt werden. Dabei wird unterschieden, ob die Lotfußpunkte der kürzesten Verbindungsstrecke mitberechnet werden oder nachträglich aus dem Abstand bestimmt werden müssen.

In der Rückschau sollten die Schüler nun einen Algorithmus entwickeln, um über die Lagebeziehung zweier Geraden zu entscheiden. Flussdiagramme und Tabellen sind ein geeignetes Mittel, solche Algorithmen darzustellen. Die Schülerinnen und Schüler können selbst solche Darstellungen entwickeln, auf Lernplakaten dokumentieren, präsentieren, vergleichen und in ihrer Brauchbarkeit beurteilen. In diesem Teil des Unterrichtsvorhabens sollten nicht nur logische Strukturen reflektiert, sondern auch Unterrichtsformen gewählt werden, bei denen Kommunikationsprozesse im Team unter Verwendung der Fachsprache angeregt werden.

messenem Umfang (*Produzieren*)

- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (*Produzieren*)
- erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (*Produzieren*)
- vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität (*Diskutieren*)

## Thema: Untersuchungen an Polyedern (Q-LK-G5)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

##### Die Schülerinnen und Schüler

- stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar
- beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme
- wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an
- interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen
- untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen
- berechnen (Schnittpunkte von Geraden sowie) Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext
- untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)
- bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### Problemlösen

##### Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (*Erkunden*)
- analysieren und strukturieren die Problemsituation (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...]) (*Lösen*)
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (*Lösen*)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für offen angelegte geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte bezogen werden. Auch hier kann eine räumliche Geometriesoftware eingesetzt werden. Wo möglich, werden auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt. Die Bestimmung von Längen und Winkeln setzt das Thema Q-LK-G2 direkt fort. Winkel zwischen einer Geraden und einer Ebene erlauben Rückschlüsse auf ihre Lagebeziehung.

Abstände von Punkten zu Geraden (Q-LK-G2) und zu Ebenen (Q-LK-G3) ermöglichen es z. B., die Fläche eines Dreiecks oder die Höhe und das Volumen einer Pyramide zu bestimmen. Abgesehen von der Abstandsberechnung zwischen Geraden (erst in Q-LK-G5) müssen weitere Formen der Abstandsberechnungen nicht systematisch abgearbeitet werden, sie können bei Bedarf im Rahmen von Problemlöseprozessen in konkrete Aufgaben integriert werden.

Der Einsatz des GTR bietet Anlass, z. B. über die Interpretation der trigonalisierten Koeffizientenmatrix die Dimension des Lösungsraumes zu untersuchen. Die Vernetzung der geometrischen Vorstellung und der algebraischen Formalisierung soll stets deutlich werden.

In diesem Unterrichtsvorhaben wird im Sinne einer wissenschaftspropädeutischen Grundbildung besonderer Wert gelegt auf eigenständige Lernprozesse bei der Aneignung eines begrenzten Stoffgebietes sowie bei der Lösung von problemorientierten Aufgaben.



- beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (*Reflektieren*)

***Werkzeuge nutzen***

*Die Schülerinnen und Schüler*

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
  - ... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen
  - ... Durchführen von Operationen mit Vektoren und Matrizen

## Thema: Strategieentwicklung bei geometrischen Problemsituationen und Beweisaufgaben (Q-LK-G6)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Geraden in Parameterform dar
- stellen Ebenen in Koordinaten- und in Parameterform dar
- stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar
- untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden und zwischen Geraden und Ebenen
- berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext
- untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)
- stellen Ebenen in Normalenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum
- bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (*Validieren*)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

*Hinweis: Angesichts des begrenzten Zeitrahmens ist es wichtig, den Fokus der Unterrichtstätigkeit nicht auf die Vollständigkeit einer „Rezept-sammlung“ und deren hieb- und stichfeste Einübung zu allen denkbaren Varianten zu legen, sondern bei den Schülerinnen und Schülern prozessbezogene Kompetenzen zu entwickeln, die sie in die Lage versetzen, problemhaltige Aufgaben zu bearbeiten und dabei auch neue Anregungen zu verwerten.*

Deshalb beschließt die Fachkonferenz, Problemlösungen mit den prozessbezogenen Zielen zu verbinden, 1) eine planerische Skizze anzufertigen und die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt zu beschreiben, 2) geometrische Hilfsobjekte einzuführen, 3) an geometrischen Situationen Fallunterscheidungen vorzunehmen, 4) bekannte Verfahren zielgerichtet einzusetzen und in komplexeren Abläufen zu kombinieren, 5) unterschiedliche Lösungswege Kriterien gestützt zu vergleichen.

Bei der Durchführung der Lösungswege können die Schülerinnen und Schüler auf das entlastende Werkzeug des GTR zurückgreifen, jedoch steht dieser Teil der Lösung hier eher im Hintergrund und soll sogar bei aufwändigeren Problemen bewusst ausgeklammert werden.

Bei Beweisaufgaben können die Schülerinnen und Schüler Formalisierungen in Vektorschreibweise rezipieren und ggf. selbst vornehmen. Dabei spielt auch die Entdeckung einer Gesetzmäßigkeit – ggf. mit Hilfe von DGS – eine Rolle. Geeignete Beispiele bieten der Satz von Varignon oder der Sehnen-(Tangenten-)satz von Euklid.

Die erworbenen Kompetenzen im Problemlösen sollen auch in Aufgaben zum Einsatz kommen, die einen Kontextbezug enthalten, so dass dieses

## **Problemlösen**

### *Die Schülerinnen und Schüler*

- wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Verallgemeinern) (*Lösen*)
- führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (*Lösen*)
- vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (*Reflektieren*)
- beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (*Reflektieren*)
- analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern (*Reflektieren*)
- variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (*Reflektieren*)

Unterrichtsvorhaben auch unmittelbar zur Abiturvorbereitung überleitet bzw. zum Zweck der Abiturvorbereitung noch einmal wiederaufgenommen werden soll.

## Q-Phase Leistungskurs Stochastik (S)

**Thema:** *Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-LK-S1)*

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### **Inhaltsbezogene Kompetenzen:**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben
- erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen
- bestimmen den Erwartungswert  $\mu$  und die Standardabweichung  $\sigma$  von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen

#### **Prozessbezogene Kompetenzen:**

##### **Modellieren**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt.

Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert. Das Grundverständnis von Streumaßen wird durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler mit Boxplots reaktiviert.

Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert, aber unterschiedlicher Streuung, wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; über gezielte Veränderungen der Verteilung wird ein Gefühl für die Auswirkung auf deren Kenngrößen entwickelt.

Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt.

## Thema: Treffer oder nicht? – Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen (Q-LK-S2)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

##### Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente
- erklären die Binomialverteilung einschließlich der kombinatorischen Bedeutung der Binomialkoeffizienten und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten
- nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### Modellieren

##### Die Schülerinnen und Schüler

- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)

##### Werkzeuge nutzen

##### Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen [...]
- zum
  - ... Generieren von Zufallszahlen
  - ... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen
  - ... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet.

Durch Vergleich mit dem „Ziehen mit/ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette‘ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d.h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen.

Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung und der Binomialkoeffizienten bieten sich das Galtonbrett bzw. seine Simulation und die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an.

Die anschließende Vertiefung erfolgt in unterschiedlichen Sachkontexten, deren Bearbeitung auf Zeitungsartikeln basieren kann.

*Hinweis: Der Einsatz des GTR zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.*

## Thema: Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen (Q-LK-S3)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

##### Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben den Einfluss der Parameter  $n$  und  $p$  auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung
- bestimmen den Erwartungswert  $\mu$  und die Standardabweichung  $\sigma$  von (binomialverteilten) Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen
- nutzen die  $\sigma$ -Regeln für prognostische Aussagen
- nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### Problemlösen

##### Die Schülerinnen und Schüler

- analysieren und strukturieren die Problemsituation (*Erkunden*)
- wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (*Erkunden*)
- erkennen Muster und Beziehungen (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern) (*Lösen*)
- interpretieren Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung (*Reflektieren*)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang  $n$  und Trefferwahrscheinlichkeit  $p$  erfolgt durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR.

Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung für ein zweistufiges Bernoulliexperiment plausibel gemacht werden. Eine weitere Möglichkeit ist das induktive Entdecken der Standardabweichung durch systematisches Variieren von  $n$  und  $p$  mit Hilfe einer Tabellenkalkulation. Auf eine allgemeingültige Herleitung wird verzichtet.

Das Konzept der  $\sigma$ -Umgebungen wird durch experimentelle Daten abgeleitet. Es wird benutzt, um Prognoseintervalle anzugeben, den notwendigen Stichprobenumfang für eine vorgegebene Genauigkeit zu bestimmen und um das Gesetz der großen Zahlen zu präzisieren.

**Werkzeuge nutzen**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen [...]
- zum
  - ... Variieren der Parameter von Binomialverteilungen
  - ... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen
  - ... Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung)
  - ... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen

## Thema: Ist die Glocke normal? (Q-LK-S4)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

##### Die Schülerinnen und Schüler

- unterscheiden diskrete und stetige Zufallsgrößen und deuten die Verteilungsfunktion als Integralfunktion
- untersuchen stochastische Situationen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen
- beschreiben den Einfluss der Parameter  $\mu$  und  $\sigma$  auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion (Gaußsche Glockenkurve)

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### Modellieren

##### Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren [...] komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- übersetzen [...] komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (*Validieren*)

##### Problemlösen

##### Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen Muster und Beziehungen (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Normalverteilungen sind in der Stochastik bedeutsam, weil sich die Summenverteilung von genügend vielen unabhängigen Zufallsvariablen häufig durch eine Normalverteilung approximieren lässt. Dementsprechend beschließt die Fachkonferenz den Einstieg in dieses Unterrichtsvorhaben über die Untersuchung von Summenverteilungen.

Mit einer Tabellenkalkulation werden die Augensummen von zwei, drei, vier... Würfeln simuliert, wobei in der grafischen Darstellung die Glockenform zunehmend deutlicher wird.

*Ergänzung für leistungsfähige Kurse:* Gut geeignet ist auch die Simulation von Stichprobenmittelwerten aus einer (gleichverteilten) Grundgesamtheit.

Ergebnisse von Schulleistungstests oder Intelligenztests werden erst vergleichbar, wenn man sie hinsichtlich Mittelwert und Streuung normiert, was ein Anlass dafür ist, mit den Parametern  $\mu$  und  $\sigma$  zu experimentieren. Auch Untersuchungen zu Mess- und Schätzfehlern bieten einen anschaulichen, ggf. handlungsorientierten Zugang.

Da auf dem GTR die Normalverteilung einprogrammiert ist, spielt die Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung (Satz von de Moivre-Laplace) für die Anwendungsbeispiele im Unterricht eine untergeordnete Rolle. Dennoch sollte bei genügender Zeit deren Herleitung als Vertiefung der Integralrechnung im Leistungskurs thematisiert werden, da der Übergang von der diskreten zur stetigen Verteilung in Analogie zur Approximation von Flächen durch Produktsummen nachvollzogen werden kann (vgl. Q-LK-A3). Die Visualisierung erfolgt mithilfe des GTR.

Theoretisch ist von Interesse, dass es sich bei der Gaußschen Glockenkurve um den Graphen einer Randfunktion handelt, zu deren Stammfunktion (Gaußsche Integralfunktion) kein Term angegeben werden kann.



- wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (*Lösen*)

### ***Werkzeuge nutzen***

#### *Die Schülerinnen und Schüler*

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
  - ... Generieren von Zufallszahlen
  - ... Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen
  - ... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen
  - ... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei normalverteilten Zufallsgrößen
- nutzen digitale Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen
- entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge, wählen sie gezielt aus und nutzen sie zum Erkunden ..., Berechnen und Darstellen
- reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge

## Thema: *Signifikant und relevant? – Testen von Hypothesen (Q-LK-S5)*

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

*Die Schülerinnen und Schüler*

- interpretieren Hypothesentests bezogen auf den Sachkontext und das Erkenntnisinteresse
- beschreiben und beurteilen Fehler 1. und 2. Art

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### **Modellieren**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)

##### **Kommunizieren**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (*Rezipieren*)
- formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (*Produzieren*)
- führen Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbei (*Diskutieren*)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Zentral ist das Verständnis der Idee des Hypothesentests, d. h. mit Hilfe eines mathematischen Instrumentariums einzuschätzen, ob Beobachtungen auf den Zufall zurückzuführen sind oder nicht. Ziel ist es, die Wahrscheinlichkeit von Fehlentscheidungen möglichst klein zu halten. Die Logik des Tests soll dabei an datengestützten gesellschaftlich relevanten Fragestellungen, z. B. Häufungen von Krankheitsfällen in bestimmten Regionen oder alltäglichen empirischen Phänomenen (z. B. Umfrageergebnisse aus dem Lokalteil der Zeitung) entwickelt werden, sie wird abschließend in einem ‚Testturm‘ visualisiert.

Im Rahmen eines realitätsnahen Kontextes werden folgende Fragen diskutiert:

- Welche Hypothesen werden aufgestellt? Wer formuliert diese mit welcher Interessenlage?
- Welche Fehlentscheidungen treten beim Testen auf? Welche Konsequenzen haben sie?

Durch Untersuchung und Variation gegebener Entscheidungsregeln werden die Bedeutung des Signifikanzniveaus und der Wahrscheinlichkeit des Auftretens von Fehlentscheidungen 1. und 2. Art zur Beurteilung des Testverfahrens erarbeitet.

## Thema: Von Übergängen und Prozessen (Q-LK-S6)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

##### Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen
- verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände)

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### Modellieren

##### Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)

##### Argumentieren

##### Die Schülerinnen und Schüler

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*Begründen*)
- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (*Begründen*)
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (*Beurteilen*)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.

Der Auftrag an Schülerinnen und Schüler, einen stochastischen Prozess graphisch darzustellen, führt in der Regel zur Erstellung eines Baumdiagramms, dessen erste Stufe den Ausgangszustand beschreibt. Im Zusammenhang mit der Interpretation der Pfadregeln als Gleichungssystem können sie daraus die Matrix-Vektor-Darstellung des Prozesses entwickeln.

Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung, absorbierender Zustand). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an.

Eine nicht obligatorische Vertiefungsmöglichkeit besteht darin, Ausgangszustände über ein entsprechendes Gleichungssystem zu ermitteln und zu erfahren, dass der GTR als Hilfsmittel dazu die inverse Matrix bereitstellt.

## ***2.2. Grundsätze der fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit***

In Absprache mit der Lehrerkonferenz sowie unter Berücksichtigung des Schulprogramms hat die Fachkonferenz Mathematik die folgenden fachmethodischen und fachdidaktischen Grundsätze beschlossen. In diesem Zusammenhang beziehen sich die Grundsätze 1 bis 15 auf fächerübergreifende Aspekte, die auch Gegenstand der Qualitätsanalyse sind, die Grundsätze 16 bis 25 sind fachspezifisch angelegt.

### **Überfachliche Grundsätze:**

1. Geeignete Problemstellungen zeichnen die Ziele des Unterrichts vor und bestimmen die Struktur der Lernprozesse.
2. Inhalt und Anforderungsniveau des Unterrichts entsprechen dem Leistungsvermögen der Schüler/innen.
3. Die Unterrichtsgestaltung ist auf die Ziele und Inhalte abgestimmt.
4. Medien und Arbeitsmittel sind schülernah gewählt.
5. Die Schüler/innen erreichen einen Lernzuwachs.
6. Der Unterricht fördert eine aktive Teilnahme der Schüler/innen.
7. Der Unterricht fördert die Zusammenarbeit zwischen den Schülern/innen und bietet ihnen Möglichkeiten zu eigenen Lösungen.
8. Der Unterricht berücksichtigt die individuellen Lernwege der einzelnen Schüler/innen.
9. Die Schüler/innen erhalten Gelegenheit zu selbstständiger Arbeit und werden dabei unterstützt.
10. Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Partner- bzw. Gruppenarbeit.
11. Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Arbeit im Plenum.
12. Die Lernumgebung ist vorbereitet; der Ordnungsrahmen wird eingehalten.
13. Die Lehr- und Lernzeit wird intensiv für Unterrichtszwecke genutzt.
14. Es herrscht ein positives pädagogisches Klima im Unterricht.
15. Wertschätzende Rückmeldungen prägen die Bewertungskultur und den Umgang mit Schülerinnen und Schülern.

### **Fachliche Grundsätze:**

16. Im Unterricht werden fehlerhafte Schülerbeiträge produktiv im Sinne einer Förderung des Lernfortschritts der gesamten Lerngruppe aufgenommen.
17. Der Unterricht ermutigt die Lernenden dazu, auch fachlich unvollständige Gedanken zu äußern und zur Diskussion zu stellen.
18. Die Bereitschaft zu problemlösenden Arbeiten wird durch Ermutigungen und Tipps gefördert und unterstützt.
19. Die Einstiege in neue Themen erfolgen grundsätzlich mithilfe sinnstiftender Kontexte, die an das Vorwissen der Lernenden anknüpfen und deren Bearbeitung sie in die dahinter stehende Mathematik führt.
20. Es wird genügend Zeit eingeplant, in der sich die Lernenden neues Wissen aktiv konstruieren und in der sie angemessene Grundvorstellungen zu neuen Begriffen entwickeln können.

21. Durch regelmäßiges wiederholendes Üben werden grundlegende Fertigkeiten „wachgehalten“.
22. Im Unterricht werden an geeigneter Stelle differenzierende Aufgaben eingesetzt.
23. Die Lernenden werden zu regelmäßiger, sorgfältiger und vollständiger Dokumentation der von ihnen bearbeiteten Aufgaben angehalten.
24. Im Unterricht wird auf einen angemessenen Umgang mit fachsprachlichen Elementen geachtet.
25. Digitale Medien werden regelmäßig dort eingesetzt, wo sie dem Lernfortschritt dienen.

## ***2.3 Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung***

### **I Grundlagen**

Grundlagen der Leistungsbeurteilung der SuS sind die erbrachten Leistungen in den Beurteilungsbereichen „Klausuren“ und „sonstige Mitarbeit“. Beide Bereiche besitzen bei der Endnote den gleichen Stellenwert.<sup>1</sup> Leistungsfeststellungen und Leistungsbewertungen geben den SuS Rückmeldungen über den erreichten Kompetenzstand. Hierbei gelten die im allgemeinen Leistungskonzept des Gutenberg-Gymnasiums beschriebenen fächerübergreifenden Richtlinien und Vorgaben.

Die zu erwerbenden Kompetenzen teilen sich auf in prozessbezogene und inhaltsbezogene Kompetenzen. Zu den prozessbezogenen Kompetenzen gehören Kommunizieren, Argumentieren, Problemlösen, Modellieren, Werkzeuge nutzen. Zu den inhaltsbezogenen Kompetenzen gehören Arithmetik / Algebra, Funktionen, Geometrie und Stochastik. Für die Jahrgangsstufe 10 (Einführungsphase) und die Qualifikationsphase (Jahrgangsstufe 11 und 12 werden die erwarteten Kompetenzen im schulinternen Lehrplan dargestellt.

Im Rahmen der individuellen Förderung werden am Gutenberg Gymnasium für besonders an Mathematik interessierte und begabte SuS folgende Angebote gemacht: Teilnahme an der Mathematik-Olympiade, dem Känguru-Wettbewerb und dem Mathe-Turnier der Uni Köln. Zusätzlich wird der Leitgedanke von „Schülern helfen Schülern“ etabliert, gemäß dem besonders gute und interessierte SuS der Oberstufe mit in den Unterricht der Sek. I gehen und dort den SuS der unteren Klassen als Ansprechpartner zur Seite stehen.

---

<sup>1</sup> vgl. Kernlehrpläne für die MINT-Fächer – Sek II vom 04.09.2013, APO-GOST 5.10.1998 §13

## II Beurteilungsbereich „Klassenarbeiten und Klausuren“

Klausuren beziehen sich auf die im Unterricht vermittelten Inhalte. „Die Aufgabenstellungen sollen die Vielfalt der im Unterricht erworbenen Kompetenzen und Arbeitsweisen widerspiegeln.“ (Kernlehrplan S. 37) Es sollen Aufgaben mit unterschiedlichem Anforderungsniveau vorhanden sein. Die Aufgabenstellungen in den Klausuren verteilen sich auf folgende drei Anforderungsbereiche: 1. Reproduzieren, 2. Reorganisieren und Zusammenhänge herstellen und 3. Verallgemeinern, Reflektieren und Bewerten. Neben der konkreten Leistungsbewertung bereiten die Klausuren die Schülerinnen und Schüler zunehmend auf die Formate vor, die im schriftlichen Teil der zentralen Prüfungen gefordert werden.

Dies bedeutet konkret, dass in Klausuren auch Aufgabenformate berücksichtigt werden, die in der Vergleichsklausur und im Zentralabitur vorkommen. Zur Vorbereitung auf das Zentralabitur werden insbesondere im Laufe der Qualifikationsphase Aufgaben aus vorangegangenen Abiturjahrgängen, die vom Ministerium unter [www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de](http://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de) veröffentlicht wurden, besprochen.

Darüber hinaus ist es im Sinne eines Spiralcurriculums erwünscht, mathematische Inhalte, die schon vor längerer Zeit behandelt wurden, aufzufrischen und auch in Klausuren aufzugreifen.

In Klausuren sind alle Leistungen klar mit Punkten zu versehen, die den Anforderungen der zugehörigen Aufgabenstellungen und Teilschritten entsprechen. Aufgrund dieser Punkteverteilung erfolgt ein transparentes und einheitliches Bewertungsschema.

Bei der Korrektur werden auch Teillösungen und Lösungsansätze bei der Punktevergabe berücksichtigt. Fehler, die sich durch Lösungswege als „Folgefehler“ hindurch ziehen, führen nur einmal zu Punktabzug.

Art der Darstellung, Präzision, Genauigkeit in der Ausdrucksweise und sprachliche Richtigkeit werden mit bis zu 5% der zu erreichenden Punkte berücksichtigt.

### Zuordnung der Notenstufen

Die Zuordnung der Notenstufen erfolgt in der Regel anhand folgender Tabellen:

#### **Einführungsphase**

Note	Sehr gut	Gut	Befriedigend	Ausreichend	Mangelhaft	Ungenügend
ab ca.	90%	75%	60%	45%	20%	0%

## Qualifikationsphase

Notenpunkte	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
ab ca. [%]	95	90	85	80	75	70	65	60	55	50	45	40	33	27	20	0

## Anzahl und Dauer der Klausuren

Für die Anzahl der Klausuren gelten die Bestimmungen, wie sie unter <http://www.schulministerium.nrw.de/docs/Schulsystem/Schulformen/Gymnasium/Sek-II/index.html> eingesehen werden können und in den hausinternen Curricula präzisiert sind. Diesen zugrunde liegt der Konferenzbeschluss, dass wir uns am Gutenberg-Gymnasium auf die untere Anzahl der Arbeiten festgelegt haben.

## Einführungs- und Qualifikationsphase

Jahrgangsstufe / Halbjahr	Grundkurs		Leistungskurs		Hinweise
	Anzahl	Dauer	Anzahl	Dauer	
EF / 1	2	90 Minuten			
EF / 2	2	90 Minuten			Die 2. Klausur wird zentral durch das MSW gestellt.
Q1 / 1	2	90 Minuten	2	180 Minuten	
Q1 / 2	2	135 Minuten	2	180 Minuten	Die 1. Klausur kann durch eine Facharbeit ersetzt werden.
Q2 / 1	2	135 Minuten	2	225 Minuten	
Q2 / 2	1	180 Minuten	1	255 Minuten	Im GK nur für SuS, die Mathe als 3. Abiturfach gewählt haben.

### III Die Facharbeit als Ersatz einer Klausur

Die 1. Klausur im zweiten Halbjahr der Q1 kann gemäß der Aufteilung durch die Stufenleitung durch eine Facharbeit ersetzt werden.

Facharbeiten sind besonders geeignet, die Schülerinnen und Schüler mit den Prinzipien und Formen selbstständigen, wissenschaftspropädeutischen Lernens vertraut zu machen. Die Facharbeit ist eine umfangreichere schriftliche Hausarbeit und selbstständig zu verfassen.

Ziel der Facharbeit ist es, dass die Schülerinnen und Schüler beispielhaft lernen, was eine wissenschaftliche Arbeit ist und wie man sie schreibt. Die umfassende oder wissenschaftliche Erarbeitung eines bestimmten Themas ist nicht Aufgabe einer Facharbeit. Dies unterscheidet die Facharbeit z. B. von der Besonderen Lernleistung nach § 17 APO-GOST.

Vom Referat unterscheidet sich die Facharbeit durch eine Vertiefung von Thematik und methodischer Reflexion sowie durch einen höheren Anspruch an die sprachliche und formale Verarbeitung.

Bei der Anfertigung von Facharbeiten sollen die Schülerinnen und Schüler selbstständig insbesondere

- Themen suchen, eingrenzen und strukturieren
- ein komplexes Arbeits- und Darstellungsvorhaben planen und unter Beachtung der formalen und terminlichen Vorgaben durchführen
- Methoden und Techniken der Informationsbeschaffung zeitökonomisch, gegenstands- und problemangemessen einsetzen
- Informationen und Materialien ziel- und sachangemessen strukturieren und auswerten
- bei der Überprüfung unterschiedlicher Lösungsmöglichkeiten sowie bei der Darstellung von Arbeitsergebnissen zielstrebig arbeiten
- zu einer sprachlich angemessenen schriftlichen Darstellung gelangen
- Überarbeitungen vornehmen und Überarbeitungsprozesse aushalten
- die wissenschaftlichen Darstellungskonventionen (z. B. Zitation und Literaturangaben) beherrschen lernen.



## Bewertung der Facharbeit

Die Rückgabe der korrigierten Facharbeit erfolgt spätestens zum Quartalsende. Bewertungskriterien und Bewertungsbogen werden im Folgenden dargestellt.

<b>Facharbeit - Bewertungsschema</b>	
<ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Formale Anlage (20 % der Note)</b></li></ul>	
<p>Einhaltung des festgelegten Schreibformates (Schriftbild, Seitennummerierungen, Deckblatt, Inhaltsverzeichnis usw.)</p> <p>Korrekte Zitation zur Beachtung des Urheberrechts an geistigem Eigentum Fachgerechtes und übersichtliches Quellen- bzw. Literaturverzeichnis</p> <p>Nutzung von Formen der Visualisierung: funktionale Einbettung von Tabellen, Grafiken, Illustrationen</p>	
<ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Inhaltliche und methodische Qualität (60% d. Note)</b></li></ul>	
<p>2.1. Selbstständigkeit in der Eingrenzung des Themas und Entwicklung einer zentralen Fragestellung des inhaltlichen Akzents sowie die zielgerichtete Bearbeitung</p> <p>2.2. Darlegung des Lösungswegs</p> <p>2.3. Souveränität im Umgang mit den Materialien und Quellen</p> <p>2.4. Differenziertheit und Strukturiertheit der inhaltlichen Auseinandersetzung</p> <p>2.5. Einsatz und Beherrschung fachspezifischer Methoden</p> <p>2.6. Logische Struktur und Stringenz der Argumentation</p>	

<p>2.7. Unterscheidungsfähigkeit von Fakten, Schlussfolgerungen, Wiedergabe fremder Positionen, Meinungen, Deutungen und Bewertungen</p> <p>2.8. Kritische Distanz zu den eigenen Ergebnissen, deren Verknüpfung und wertender Vergleich</p> <p>2.9. Selbstständigkeit in der Produktion der Ergebnisse und Quellen</p> <p>2.10. Umfang der verwendeten Quellen</p>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Darstellungsleistung (20 % d. Note)</b></li> </ul>	
<p>3.1. Sachlogische Gliederung für eine bessere Lesbarkeit (Kapitel, Absätze, Zwischentitel usw.)</p> <p>3.2. Kohärenz in den einzelnen Teilen (Zusammenhang)</p> <p>3.3. Verständlichkeit in der Formulierung</p> <p>3.4. Differenzierter und treffender Ausdruck</p> <p>3.5. Sachlichkeit (Wissenschaftlichkeit)</p> <p>3.6. Anwendung der fachspezifischen Terminologie</p> <p>3.7. Beachtung der sprachlichen Normen: grammatische und orthographische Korrektheit, Interpunktion</p>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Zusammenfassende Beurteilung</b></li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Gesamtnote</b></li> </ul>	

## **IV Beurteilungsbereich „sonstige Mitarbeit“**

Zur „Sonstigen Mitarbeit“ zählen alle Leistungen, die eine Schülerin oder ein Schüler mit Ausnahme der Klausuren und der Facharbeit im Unterricht erbringt.

### **Bewertungsgrundlagen der „sonstigen Mitarbeit“**

Die Bewertung der „Sonstigen Mitarbeit“ resultiert aus einem Prozess kontinuierlicher Beobachtung während des Schuljahres.

Grundsätzlich sind Leistungen grundsätzlich nach ihrer Qualität und Quantität zu beurteilen.

#### Qualität:

Reproduktion (Anforderungsbereich I),  
Transfer (Anforderungsbereich II),  
Problemerkennung, -lösung und -beurteilung (Anforderungsbereich

III)

#### Quantität:

Häufigkeit  
Regelmäßigkeit

Die Lehrkraft ist um Transparenz in der Leistungsbewertung insbesondere im Bereich der sonstigen Mitarbeit bemüht und angewiesen, zu Beginn eines jeden Schuljahres in den neuen Lerngruppen die Kriterien der Leistungsbewertung vorzustellen und ggf. diese zu gegebenen Anlässen zu wiederholen. Dies wird im Kursheft vermerkt.

### **Zusammensetzung der „sonstigen Mitarbeit“**

Die folgenden Vereinbarungen für den Bereich der „sonstigen Leistungen“ im Unterricht sind optional, d.h. es können bzw. müssen nicht immer alle Aspekte berücksichtigt werden.

#### Lernformen:

Erreicht werden können die Leistungen innerhalb unterschiedlicher Sozial- und Lernformen, wie z.B.

- Unterrichtsgespräch (Beiträge, die aus Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit erwachsen)
- Analyse und Interpretation von Texten, Graphiken und Diagrammen
- Partner- und Gruppenarbeit
- Erstellen von Produkten

- Anfertigen und Vortragen eines Referates
- Führen eines Protokollheftes, Lerntagebuchs oder Lernportfolios
- Projekte
- Hausaufgaben
- schriftliche Übungen

Die im schulinternen Lehrplan ausgewiesene Kompetenzen (Sach- Methoden- Urteils- und Handlungskompetenzen) finden in den einzelnen Bereichen ihren unterschiedlichen Ausdruck, werden geschult und können überprüft werden.

### **Kriterien zu den einzelnen Bestandteilen der „sonstigen Mitarbeit“:**

<b>Bestandteil</b>	<b>Kriterien</b>
1) Unterrichtsgespräch	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dem Unterrichtsgeschehen aufmerksam folgen</li> <li>• Bereit sein, auf Fragestellungen einzugehen</li> <li>• Anwenden fachspezifischer Methoden und Arbeitsweisen</li> <li>• Finden von Beispielen und Gegenbeispielen</li> <li>• Konstruktives Umgehen mit Fehlern</li> <li>• Angemessener Gebrauch von mathematischer Fachsprache</li> <li>• Sinnvolles Umgehen mit technischen Hilfsmitteln (Taschenrechner, Computer)</li> <li>• Verfügbarkeit mathematischen Grundwissens (Begriffe, Sätze, Verfahren)</li> <li>• Mathematische Sachverhalte beschreiben und Veranschaulichen</li> <li>• Erarbeitung mathematischer Modelle</li> <li>• Richtiger und funktioneller Umgang mit mathematischen Werkzeugen (Geodreieck, Zirkel, Taschenrechner, Formelsammlung, diverse Mathematiksoftware)</li> <li>• Mathematisch Argumentieren und Beweisen</li> <li>• Ergebnisse zusammenfassen</li> <li>• Beiträge strukturieren und präzise formulieren</li> <li>• Sinnvolle Beiträge zu schwierigen und komplexen Fragestellungen einbringen</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemorientierte Fragestellungen entwickeln</li> <li>• Den eigenen Standpunkt begründen, zur Kritik stellen und ggf. korrigieren</li> <li>• Beiträge und Fragestellungen anderer aufgreifen, prüfen, fortsetzen und vertiefen</li> <li>• Ergebnisse reflektieren und eine Standortbestimmung vornehmen</li> </ul>
2) Analyse und Interpretation von Texten, Graphiken und Diagramme	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Einhaltung des eingeübten methodischen Vorgehens</li> <li>• Fähigkeit Beschreibung und Auswertung zu differenzieren</li> <li>• sachliche Richtigkeit und Genauigkeit</li> <li>• Herausarbeiten der Hauptaussagen</li> <li>• Qualität der Interpretation und Analyse</li> <li>• Herleitung weiterführender Fragen</li> <li>• Bewertung und Stellungnahme zum Text, zur Grafik oder zum Diagramm</li> <li>• Fachsprache</li> </ul>
3) Partner- und Gruppenarbeit	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Beiträge aufmerksam und aufgeschlossen anhören</li> <li>• Kommunikationsregeln anwenden und einhalten</li> <li>• Im Rahmen der zur Verfügung gestellten Unterrichtszeit effizient arbeiten</li> <li>• Beiträge anderer würdigen und im Hinblick auf die Aufgabenstellung nutzen</li> <li>• Fragen und Problemstellungen erfassen</li> <li>• Sich an Planung, Arbeitsprozess und Ergebnisfindung aktiv beteiligen</li> <li>• Fachspezifische Kenntnisse und Methoden anwenden</li> <li>• Geeignete Präsentationsformen wählen (Grad der Selbständigkeit abhängig von Jahrgangsstufe)</li> <li>• Selbständig Fragen- und Problemstellungen entwickeln (Grad abhängig von Jahrgangsstufe)</li> <li>• Arbeitswege, Organisation und Steuerung selbstständig planen (Grad der Selbständigkeit abhängig von der Jahrgangsstufe)</li> </ul>
4) Erstellen von Produkten	<p>Diese Produkte können z.B. sein</p> <p>Dokumentationen zu Aufgaben</p> <p>Kurzvorträge / Präsentationen</p> <p>Protokolle</p> <p>Wandzeitungen oder Lernplakate</p>

	<p>Modelle</p> <p>Bewertungskriterien können sein</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>eine informative, Interesse weckende Überschrift</li> <li>eine umfassende Materialsammlung</li> <li>die Auswahl geeigneter Texte, Abbildungen, Fotos, Grafiken und Skizzen,</li> <li>eine sinnvolle und übersichtlich gegliederte Anordnung der Inhalte</li> <li>eine ansprechende Optik, insbesondere gute Lesbarkeit</li> <li>Angabe der verwendeten Quellen</li> </ul>
<p>5) Anfertigen und Vortragen eines Referates</p>	<p>Die Verteilung von einzelnen Referaten erfolgt in der Regel in Absprache mit den Schülerinnen und Schülern. Bei der Bewertung kann neben den Aspekten von 4) berücksichtigt werden</p> <p>zum Inhalt:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Vollständige Erfassung des Themas</li> <li>Fachliche Richtigkeit</li> <li>Schwerpunktsetzung und Konzentration auf das Wesentliche</li> <li>Adressatengerechte Aufarbeitung</li> <li>Exakte Anwendung der Fachsprache</li> <li>Korrektes Zitieren</li> </ul> <p>zur äußeren Form:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Übersichtliche Gliederung</li> <li>Angemessener Umfang</li> <li>Verwendung von Stichpunkten statt Fließtexten</li> <li>Gute Lesbarkeit</li> <li>Veranschaulichung durch Fotos, Grafiken und Diagramme</li> <li>Bei Powerpoint-Präsentationen passendes Foliendesign, angemessener Folienhintergrund und einheitliches Design</li> </ul> <p>zur Präsentation:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Freier mündlicher Vortrag (mit Stichwortzettel)</li> <li>Bei Powerpoint-Präsentationen Einbeziehung der Folien, korrekter Folienwechsel ...</li> <li>Verwendung von Fachsprache</li> <li>Angemessenes Tempo der Präsentation</li> <li>Einhaltung von Zeitvorgaben</li> <li>Einbeziehung der Zuhörer durch Fragen, Blickkontakt,...</li> </ul>
<p>6) Führen eines Protokollheftes, Lerntagebuchs oder Lernportfolios</p>	<p>Die Benotung erfolgt vor allem in der Unter- und Mittelstufe und bezieht folgende Punkte mit ein</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Vollständigkeit</li> <li>Übersichtlichkeit</li> <li>Gliederung durch Absätze</li> <li>Hervorheben der Überschriften (z.B. durch Unterstreichung)</li> </ul>

	<p>Beschriftung von Abbildungen          Fachliche Fehler          Saubere Schrift</p>
7) Projekte	<p>Projektunterricht unterscheidet sich von anderen Methoden dadurch, dass der Arbeitsprozess bereits ein wesentliches Ziel darstellt, (Informationsbeschaffung, Formulierung der Aufgabenstellung und Lernziele, Verlauf des Arbeitsprozesses).          Ausgangspunkt der Bewertung ist das Produkt.          Abhängig von der Länge des Projekts und dem Lernalter wird zunehmend der Arbeitsprozess in den Blick genommen. Mögliche Grundlagen dafür sind Lerndokumentationen.</p> <p><b>Kriterien zur Bewertung des Produkts</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Produkt: Originalität, Kreativität, eigenständige Ideen (z.B. Interview, Ausstellung, Plakat etc)</li> <li>• Themenbezug: vollständig, sachgerecht, umfassend, Trennung von Wesentlichem und Unwesentlichem, angemessene Umsetzung des Themas im Produkt</li> <li>• Präsentation</li> </ul> <p><b>Kriterien zur Bewertung des Arbeitsprozesses</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Methodenkompetenz</li> <li>• Selbstständigkeit</li> <li>• Soziale Kompetenz</li> <li>• Zeitmanagement</li> </ul>
8) Hausaufgaben	<p>Hausaufgaben werden in der Sek I nicht bewertet, sie sollten jedoch eine angemessene Würdigung erfahren, da sie ein wesentlicher Bestandteil des Unterrichts sind. So soll den Schülerinnen und Schülern die Möglichkeit gegeben werden, ihre Hausaufgaben vorzutragen oder in den Unterricht einzubringen.          Eine regelmäßige Kontrolle der Hausaufgaben ist notwendig. Diese dient der Berichtigung von Fehlern, der Bestätigung richtiger Lösungen, der individuellen Rückmeldung über den Lernstand, der Lernstrategien als auch der Anerkennung eigenständiger Schülerleistungen.          Unterrichtsbeiträge auf der Basis der Hausaufgaben können in der Sek I zur Leistungsbewertung herangezogen werden.</p>
9) Schriftliche Übungen	<p>Schriftliche Übungen sind methodische Hilfen zur Sicherung des Lernerfolges, die zum Beispiel</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>die Hausaufgaben überprüfen</li> <li>einen Unterrichtsaspekt darstellen</li> <li>ein bekanntes Problem charakterisieren</li> <li>ein zentrales Unterrichtsergebnis formulieren</li> <li>einen besprochenen Lösungsweg nachvollziehen</li> </ul>

	<p>Die Aufgabenstellung muss sich aus dem vorhergegangenen Unterricht ergeben. Dabei sind die folgenden Aufgabentypen denkbar:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Begriffserläuterungen und Definitionsaufgaben</li> <li>kleine Transfer- und Problemlösungsaufgaben</li> <li>Einübung in den Umgang mit Texten</li> <li>Sicherung und Überprüfung zentraler Unterrichtsergebnisse</li> </ul>
--	---

### V Orientierungshilfe für die Bewertung mündlicher Beiträge zum Unterrichtsgespräch

Stufe	Qualität	Quantität / Kontinuität
sehr gut	<ul style="list-style-type: none"> <li>● selbständige und selbstinitiierte Mitarbeit</li> <li>● besonderes fachliches Verständnis, eigenständiger Gebrauch von Fachsprache und Kategorien</li> <li>● fundierte Grundkenntnisse</li> <li>● eigenständiges, kreatives und konstruktives Verwenden und Kombinieren von Wissen und Methoden</li> <li>● eigenständiges, differenziertes Fällen von Urteilen</li> <li>● eigenständiges Entwickeln von weiterführenden Fragestellungen</li> <li>● aktive Mitgestaltung des eigenen Lernprozesses und entsprechender Lernsituationen</li> </ul>	gleichmäßig hohe Beteiligung
gut	<ul style="list-style-type: none"> <li>- selbständige und selbstinitiierte Mitarbeit</li> <li>- gutes fachliches Verständnis, eigenständiger Gebrauch von Fachsprache und Kategorien</li> <li>- gute Grundkenntnisse</li> <li>- eigenständiges Verwenden und Kombinieren von Wissen und Methoden</li> <li>- eigenständiges, differenziertes Fällen von Urteilen</li> <li>- aktive Mitgestaltung des eigenen Lernprozesses und entsprechender Lernsituationen</li> </ul>	gleichmäßig hohe Beteiligung



<p><b>befriedigend</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- überwiegend selbständige und selbstinitiierte Mitarbeit</li> <li>- Gebrauch von Fachsprache und Kategorien, auch nach Einhilfe</li> <li>- solide Grundkenntnisse</li> <li>- reproduzierende Beiträge fehlerfrei</li> <li>- Verwenden und Kombinieren von Wissen und Methoden nach Einhilfe / Lenkung</li> <li>- eigenständiges Urteilen, Ansätze von Differenzierung, insgesamt schlüssige Gesamturteile</li> <li>- aktive Mitgestaltung des eigenen Lernprozesses und entsprechender Lernsituationen</li> </ul>	<p>insgesamt gleichmäßige Beteiligung</p>
<p><b>ausreichend</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- solide Grundkenntnisse, teilweiser Gebrauch von Fachsprache und Kategorien</li> <li>- überwiegend reproduzierende Beiträge, überwiegend fehlerfrei</li> <li>- Verwenden und Kombinieren von Wissen und Methoden durch intensive Anleitung</li> <li>- insgesamt schlüssige Gesamturteile nach Einhilfe</li> <li>- Mitgestaltung des eigenen Lernprozesses und entsprechender Lernsituationen</li> </ul>	<p>gleichmäßige bis unregelmäßige Beteiligung</p>
<p><b>mangelhaft</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- überwiegend passives Verhalten, Mitarbeit hauptsächlich durch Aufforderung</li> <li>- defizitäre Grundkenntnisse</li> <li>- überwiegend fehlerhafte Antworten, auch auf reproduzierender Ebene</li> <li>- Verwenden und Kombinieren von Wissen und Methoden durch intensive Anleitung</li> <li>- substanzlose Meinungsäußerungen</li> </ul>	<p>unregelmäßige Beteiligung</p>
<p><b>ungenügend</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- kein aktives Verhalten erkennbar</li> <li>- keine oder geringe Mitarbeit auch nach Aufforderung</li> <li>- falsche Antworten, auch auf reproduzierender Ebene</li> <li>- Verwenden und Kombinieren von Wissen und Methoden durch intensive Anleitung</li> <li>- keine oder lediglich substanzlose Meinungsäußerungen</li> </ul>	<p>sporadische Beteiligung</p>

## ***2.4 Lehr- und Lernmittel***

Die Oberstufenkurse des Gutenberg-Gymnasiums arbeiten mit dem Lambacher Schweizer von Klett.

Weiterhin ist der Casio CG20 der nach Fachschafts- und Schulkonferenzbeschluss vorgeschlagene grafikfähige Taschenrechner, mit dem in der Oberstufe verpflichtend gearbeitet werden muss.

Die Formelsammlung „Das große Tafelwerk“ von Cornelsen wird sowohl in den Leistungskursen empfohlen, sich anzuschaffen, als auch in Klausuren und gelegentlich im Unterricht bereitgestellt.

## **3. Entscheidungen zu fach- und unterrichtsübergreifenden Fragen**

Die Fachkonferenz Mathematik hat sich im Rahmen des Schulprogramms und in Absprache mit den betreffenden Fachkonferenzen auf folgende, zentrale Schwerpunkte geeinigt.

### ***Zusammenarbeit mit anderen Fächern***

Der Mathematikunterricht in der Oberstufe ist in vielen Fällen auf reale oder realitätsnahe Kontexte bezogen. Insbesondere erfolgt eine Kooperation mit den naturwissenschaftlichen Fächern auf der Ebene einzelner Kontexte. An den in den vorangegangenen Kapiteln ausgewiesenen Stellen wird das Vorwissen aus diesen Kontexten aufgegriffen und durch die mathematische Betrachtungsweise neu eingeordnet. Der besonderen Rolle der Mathematik in den Naturwissenschaften soll dadurch Rechnung getragen werden, dass die Erkenntnis von Zusammenhängen mathematisiert werden kann.

Die Zusammenarbeit mit der Fachkonferenz Physik wirkt sich insbesondere auf gemeinsam verwendete Schreibweisen, aber auch auf die Bereitstellung von Experimentiermaterial aus, z. B. im Unterrichtsvorhaben „Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes (E-G1)“.

Im Bereich der mathematischen Modellierung von Sachverhalten werden die naturwissenschaftlichen Modelle als Grundlage für sinnvolle Modellannahmen verdeutlicht. Insbesondere im Bereich „Wachstum und Zerfall“ werden die zugrundeliegenden physikalischen bzw. biologischen Modelle als Argumentationsgrundlage verwendet und durch mathemathikhaltige Argumentationen verifiziert.

Der Mehrwert der grafikfähigen Taschenrechner wird fächerübergreifend durch die drei naturwissenschaftlichen Fachschaften genutzt. Im Fach Physik sind direkte Synergien in der Messwerterfassung und der Nutzung des GTR als Werkzeug zum Modellieren von Zusammenhängen erkannt und festgehalten worden. Ebenso berät die Fachschaft Mathematik vor allem die Fachschaft Chemie über sinnstiftende Einsatzmöglichkeiten des GTR.

### ***Wettbewerbe***

Sowohl die Mathematikolympiade als auch der Känguru-Wettbewerb wird jedes Jahr für alle Jahrgangsstufen angeboten. An beiden Wettbewerben nehmen jedes Jahr Schülerinnen und Schüler aus allen Altersstufen teil. Die Regionalsrunde der Mathematikolympiade findet am Gutenberg-Gymnasium statt. Für interessierte OberstufenschülerInnen besteht das Angebot, am Mathematikturnier der Universität (Köln/Bonn) teilzunehmen.

### ***Projekttag***

Projektweise nehmen wir das Angebot des „Hausdorff Center for Mathematics“ an. Interessierte Mathematikstudentinnen und –studenten kommen an unsere Schule und führen mit einer Lerngruppe eine Projektarbeit über diverse, vorher zu bestimmende Themen durch.

### ***Vorbereitung auf die Erstellung der Facharbeit***

Spätestens im ersten Halbjahr der Qualifikationsphase werden im Unterricht an geeigneten Stellen Hinweise zur Erstellung von Facharbeiten gegeben. Das betrifft u. a. Themenvorschläge, Hinweise zu den Anforderungen und zur Bewertung.

### ***Exkursionen***

Mit interessierten Kursen besteht die Möglichkeit, einen Exkursionstag ins Arithmeum nach Bonn durchzuführen.

## **4. Qualitätssicherung und Evaluation**

Durch Diskussion der Aufgabenstellung von Klausuren in Fachdienstbesprechungen und eine regelmäßige Erörterung der Ergebnisse von Leistungsüberprüfungen wird ein hohes Maß an fachlicher Qualitätssicherung erreicht. Außerdem werden zur Vorbereitung auf das Zentralabitur im Laufe der Qualifikationsphase in allen Kursen Aufgaben aus vorangegangenen Abiturjahrgängen besprochen (vgl. Leistungskonzept).

Das schulinterne Curriculum (siehe 2.) ist zunächst bis 2017 für den ersten Durchgang durch die gymnasiale Oberstufe nach Erlass des Kernlehrplanes verbindlich. Jeweils vor Beginn eines neuen Schuljahres, d.h. erstmalig nach Ende der Q1 im Sommer 2016 werden in einer Sitzung der Fachkonferenz für die nachfolgenden Jahrgänge zwingend erforderlich erscheinende Veränderungen diskutiert und ggf. beschlossen, um erkannten ungünstigen Entscheidungen schnellstmöglich entgegenwirken zu können.

Nach Abschluss des Abiturs 2017 wird eine Arbeitsgruppe aus den zu diesem Zeitpunkt in der gymnasialen Oberstufe unterrichtenden Lehrkräften auf der Grundlage ihrer Unterrichtserfahrungen eine Gesamtsicht des schulinternen Curriculums vornehmen und eine Beschlussvorlage für die erste Fachkonferenz des folgenden Schuljahres erstellen.